

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XV-a
Galați, 25 octombrie 2014

Clasa a **XII-a**

BAREM DE CORECTARE NOTARE

Problema 1

- a) Obținerea condiției $a \in (-\infty; -1] \cup [0; \infty)$ 1 punct
Verificarea cazurilor $a \geq 0$, $a = -1$ 1 punct
Discuția cazului $a < -1$ 1 punct
b) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = x^{2015} + \arctg x$, este bijectivă..... 1 punct
Demonstrarea injectivității funcției $g = h \circ f$ 1 punct
Demonstrarea continuității funcției g 1 punct
Finalizare..... 1 punct

Problema 2

- Alegerea mulțimilor A, B 1 punct
Obținerea relației $\text{card}A = (2 \cdot p + 1)^q = (4 \cdot p^2 + 4 \cdot p + 1)^p$ 1 punct
Obținerea relației $\text{card}B \leq (2 \cdot p \cdot q + 1)^p = (4 \cdot p^2 + 1)^p < \text{card}A$ 2 puncte
Aplicarea principiului cutiei..... 1 punct
Finalizare..... 2 puncte

Problema 3

- a) Obținerea relației $f(q) = \alpha \cdot q$, $\forall q \in \mathbb{Q}$ 2 puncte
Demonstrarea monotoniei funcției f 1 punct
Finalizare: $f(x) = \alpha \cdot x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{R}^*$ 1 punct
b) Considerarea funcției $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = g(x) - g(0)$ 1 punct
Obținerea relației $h(q) = \alpha \cdot q$, $\forall q \in \mathbb{Q}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ 1 punct
Obținerea relațiilor $h(x) = \alpha \cdot x$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) = \alpha \cdot x + \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ 1 punct