

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XV-a
Galați, 25 octombrie 2014

Clasa a VII-a

Problema 1.

a) Se consideră mulțimea $A = \left\{ r \in \mathbb{N} \mid r = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2014}{7^x \cdot 17^y}, \text{ unde } x, y \in \mathbb{N} \right\}$. Care este cel mai mic element al mulțimii A ?

Prelucrare Romeo Zamfir, profesor, Galați

b) În paralelogramul $ABCD$ în care $2 \cdot AB = BC$ se coboară înălțimea CE pe AB . Știind că M este mijlocul laturii $[AD]$, să se arate că $m(\sphericalangle DME) = 3 \cdot m(\sphericalangle AEM)$.

G.Țițeica -Culegere de probleme -1901

Problema 2.

a) Se dau 2014 numere $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2014}$ care verifică inegalitățile:

$$a_1 - 5 \cdot a_2 + 4 \cdot a_3 \geq 0$$

$$a_2 - 5 \cdot a_3 + 4 \cdot a_4 \geq 0$$

.....

$$a_{2013} - 5 \cdot a_{2014} + 4 \cdot a_1 \geq 0$$

$$a_{2014} - 5 \cdot a_1 + 4 \cdot a_2 \geq 0$$

Se știe că $a_1 = 1$. Să se afle $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2014}$.

Veronica Grigore, profesor, Galați

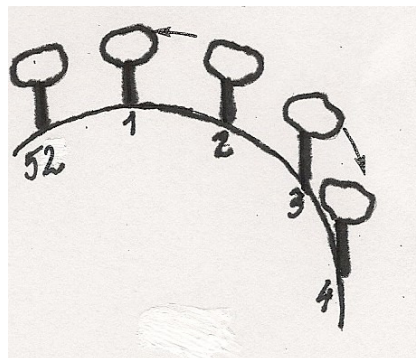
b) Într-un triunghi o latură este de 1 cm, perimetrul este exprimat printr-un număr întreg, iar mediana corespunzătoare ei este de 3 cm.

- i) Determinați perimetrul triunghiului.
- ii) Stabiliți dacă triunghiul este isoscel sau echilateral.

* * *

Problema 3

Pe 52 de copaci numerotați cu numerele 1, 2, 3, ..., 52 sunt așezați în cerc 52 de scaii zglobii (pe fiecare copac câte unul). Din timp în timp doi scaii zboară pe copacii alăturați, în sensuri contrare (unul în sensul acelor de ceasornic, celălalt în sens contrar, vezi figura alăturată), operațiune pe care o numim *zbor dublu*.



Notăm cu S_n suma produselor dintre numărul copacului și numărul de scatii care se află pe copac după ce s-au efectuat n zboruri duble, unde $n \in \mathbb{N}^*$. La momentul inițial avem $S_0 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + \dots + 52 \cdot 1$.

- a) Să se calculeze S_0 .
- b) Să se demonstreze că $|S_{32} - S_{31}| \leq 52$.
- c) Să se demonstreze că scatii nu se strâng într-un singur copac niciodată.

Prelucrare Mariana Coadă, profesor, Galați