Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”

ediţia a XV-a

Galaţi, 25 octombrie 2014

Clasa a IX-a

Problema 1..

a) Fie $X_5 = \{(x, y),\ unde\ \text{x,y} \in \mathbb{N}^*, x \le 5, y \le 5,\ x\ şi\ y\ sunt\ prime\ între\ ele\ şi\ x + y > 5\}$

Calculaţi suma tuturor fracţiilor de forma $\frac{1}{x \cdot y}$, unde $(x, y) \in X_5$.

b) Fie $n \in \mathbb{N}^*$ şi $X_n = \{(x, y),\ unde\ \text{x,y} \in \mathbb{N}^*, x \le n, y \le n,\ x\ şi\ y\ sunt\ prime\ între\ ele\ şi\ x + y > n\}$

Calculaţi suma tuturor fracţiilor de forma $\frac{1}{x \cdot y}$, unde $(x, y) \in X_n$.

Georgeta Balacea, profesor, Galaţi

Problema 2..

Se consideră numerele reale pozitive $a_1\ , a_2\ , \ldots, a_n$. Să se demonstreze că

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2} + \sqrt{a_2^2 + a_3^2} + \ldots + \ldots + \sqrt{a_{n-1}^2 + a_n^2} + \sqrt{a_n^2 + a_1^2} \ge \left(a_1 + a_2 + \ldots + a_n\right) \cdot \sqrt{2} .$$

Mihai Totolici, profesor, Galaţi

Problema 3

Fie paralelogramul ABCD şi punctul E exterior paralelogramului ABCD, astfel încât patrulaterul BCED este inscriptibil. Se consideră dreapta (d) care trece prin punctul A şi intersectează segmentul [BD] în A’, segmentul [CD] în F şi dreapta BC în G.

a) Dacă dreapta (d) este bisectoarea $\sphericalangle DAB$, B’ este mijlocul segmentului [AD] , dreptele AA’ şi BB’ se intersectează în K iar dreapta DK intersectează AB în D’, demonstraţi că $\Delta AA'D'$ este isoscel.

b) Dacă $[EF] \equiv [EG] \equiv [EC]$, demonstraţi că dreapta (d) este bisectoarea $\sphericalangle DAB$.

***