

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”  
ediția a XVI-a  
Galați, 31 octombrie 2015

Clasa a VII-a

BAREM DE CORECTARE NOTARE

Problema 1

- a)  $AB=DE$  ..... 1p  
 $\triangle DEP \equiv \triangle BAC$  ..... 1p
- b)  $[AP] \equiv [EC]$  ..... 1p
- c)  $[CD] \equiv [PB]$  ..... 1p  
 $CDPB$  paralelogram  $\rightarrow [CP]$  și  $[BD]$  au același mijloc. .... 1p
- d)  $m(\angle CDB) = m(\angle CBD) = m(\angle DCB) = 60^\circ$ . .... 1p  
 $m(\angle ACB) = 90^\circ, m(\angle CBA) = 60^\circ, m(\angle CAB) = 30^\circ$ . .... 1p

Problema 2

a)

$$1 + \frac{1}{n_1} = 1 + \frac{2}{n_2} = \dots = 1 + \frac{2015}{n_{2015}} \quad 1p$$

$$\frac{1}{n_1} = \frac{2}{n_2} = \dots = \frac{2015}{n_{2015}} \quad 1p$$

$$\frac{1}{n_1} + \frac{2}{n_2} + \dots + \frac{2015}{n_{2015}} = 403 \quad 1p$$

$$n_1 = 5, n_2 = 10, n_3 = 15, \dots, n_{2015} = 10075 \rightarrow n_1, n_2, \dots, n_{2015} \in \mathbb{N}^* \quad 1p$$

b)  $S = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_{2015} = 5 + 10 + \dots + 10075 \quad 1p$

$$S = 5 \cdot (1 + 2 + \dots + 2015) = 5 \cdot 2015 \cdot 1008 = 10155600 \quad 1p$$

c) suma ultimelor 4031 cifre este 6. .... 1p

Problema 3

a) I) Dacă ecuația are soluții atunci  $n$  este impar.

$$(x, y) \cdot [x, y] = x \cdot y \rightarrow x + y + n \cdot (x, y) = [x, y] \quad 1p$$

$$d = (x, y), x = d \cdot x_1, y = d \cdot y_1, \text{ unde } x_1, y_1 \in \mathbb{N}^* \text{ și } (x_1, y_1) = 1. \quad 1p$$

$$x_1 \cdot d + y_1 \cdot d + n \cdot d = d \cdot x_1 \cdot y_1 \rightarrow (x_1 - 1) \cdot (y_1 - 1) = n + 1 \rightarrow n \text{ este impar.} \quad 1p$$

II) dacă  $n$  este impar atunci ecuația are soluții.

1p

$x=2$  și  $y=n+2$ .

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{n}{[x, y]} = \frac{1}{2} + \frac{1}{n+2} + \frac{n}{2 \cdot (n+2)} = 1 = \frac{1}{(x, y)} \quad 1\text{p}$$

b) Notăm  $(x, y) = d$ . Atunci  $x = d \cdot x_1, y = d \cdot y_1$ , unde  $x_1, y_1 \in \mathbb{N}^*$  și  $(x_1, y_1) = 1$ ,  
 $(x_1 - 1) \cdot (y_1 - 1) = 2014$ . 1p

$S = \{(2, 2015); (3, 1008); (20, 107); (54, 39); (107, 20); (1008, 3); (39, 54); (2015, 2)\}$  1p

.

.