

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XVI-a
Galați, 31 octombrie 2015

Clasa a IX-a

BAREM DE CORECTARE NOTARE

Problema 1

a) $a = 4 \cdot k + [4 \cdot \alpha], b = 4 \cdot k + [2 \cdot \alpha], c = 4 \cdot [x] = 4 \cdot k$, unde $k = [x], \alpha = \{x\}$ 1 punct

$c \leq b \leq a$, deci $[2 \cdot \alpha] = 1, [4 \cdot \alpha] = 2$ 1 punct

Obținerea relației $\alpha \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ 1 punct

Finalizare: $x = k + \alpha, k \in \mathbb{Z}, \alpha \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ 1 punct

b) $\sqrt{x_k \cdot \left(1 - \frac{x_k}{k^2}\right)} = \frac{\sqrt{x_k \cdot (k^2 - x_k)}}{k} \leq \frac{k}{2}, k \in \{1, 2, \dots, 2015\}$ 1 punct

$\sum_{k=1}^{2015} \sqrt{x_k \cdot \left(1 - \frac{x_k}{k^2}\right)} \leq \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{2015} k = \frac{2015 \cdot 2016}{4} = 2015 \cdot 504$ 1 punct

Finalizare: $x_k = \frac{k^2}{2}, k \in \{1, 2, \dots, 2015\}$ 1 punct

Problema 2

- a) Discuția cazului $k \geq 2$ 1 punct
Discuția cazurilor $k = 0, k = -1$ 1 punct
Discuția cazului $k \leq -2$ 2 puncte
Finalizare: $k = 1$ cu justificare.....2 puncte

- b) Obținerea formei echivalente $3 \cdot (a+b) - 2 \cdot (a+b)^2 - a^2 - b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot (a+b) \geq 0$ 1 punct
Obținerea formei echivalente $a \cdot (1-a) + b \cdot (1-b) + 2 \cdot (a+b) \cdot (1-a) \cdot (1-b) \geq 0$ 1 punct
Finalizare.....1 punct

Problema 3

Obținerea următoarelor rezultate (cu justificare):

triunghiul ΔAMQ este dreptunghic isoscel.....1 punct

triunghiul NPC este isoscel.....1 punct

triunghiul ΔDMP este dreptunghic isoscel.....1 punct

triunghiul ΔNBQ este isoscel.....1 punct

Finalizare.....3 puncte