Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Fundaţia „ Collegium Vasile Alecsandri” **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Concursul Interjudeţean „Cristian S. Calude”

Galaţi

24 octombrie 2015

SUBIECT DE TIP

A

pentru clasa a VI-a

$\boxed{1^1.}$ Determinaţi numărul natural x care verifică egalitatea $7\cdot x+13=104$.

A	B	C	D	E
7	1	14	13	Alt răspuns

$\boxed{2^2.}$ Suma cifrelor celui mai mic multiplu comun al numerelor naturale 24 şi 18 este egală cu:

A	B	C	D	E
9	8	13	16	Alt răspuns

$\boxed{3^3.}$ Rezultatul calculului $5,61+3\cdot\left[2+4\cdot\left(42,3:0,9+5,2\right)\right]$ este egal cu:

A	B	C	D	E
$696,81$	$130,41$	$637,65$	$638,01$	Alt răspuns

$\boxed{4^4.}$ Determinaţi cel mai mic număr natural de trei cifre care are exact şase divizori.

A	B	C	D	E
147	242	175	117	Alt răspuns

Răspuns corect: 116

$\boxed{5^5.}$ Cu cât este egal restul împărţirii numărului $161^{2005}+1357$ la 1127 ?

A	B	C	D	E
100	231	245	230	Alt răspuns

$\boxed{6^1.}$ Cardinalul mulţimii $A=\left\{x\in\mathbb{N} \mid x \text{ este divizor al lui } 20\right\}$ este egal cu:

A	B	C	D	E
6	8	5	7	Alt răspuns

$\boxed{7^2.}$ Determinaţi numărul natural x pentru care $x^2+10^{2014}=10^{2015}$.

A	B	C	D	E
10^{2014}	5^{2014}	10^{1006}	$3\cdot10^{1006}$	Alt răspuns

Răspunsul corect este $3\cdot10^{1007}$.

$\boxed{8^3.}$ Să se determine numerele de forma $\overline{ab}$ care satisfac condiţia $a^{\left(\overline{ab}\right)^2}=\left(16^{101}-8^{134}-4^{200}\right):11$.

A	B	C	D	E
27	21	20	16	Alt răspuns

$\boxed{9^4}$. Câte fracţii ireductibile conţine mulţimea: $A=\left\{\frac{1}{2016};\frac{2}{2016};\frac{3}{2016};...;\frac{2014}{2016};\frac{2015}{2016}\right\}$?

A	B	C	D	E
576	324	832	1240	Alt răspuns

$\boxed{10^5}$. În primii 2015 termeni ai şirului $1,3,6,10,15,21,28,36,45,55,66,78...$, un număr de x termeni au ultima cifră nenulă. Atunci x este egal cu:

A	B	C	D	E
1490	1500	1613	1512	Alt răspuns

Indicaţie. Termenii şirului sunt de forma $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$, unde $n=1,2,3,.....$. Deci, termenii şirului care au ultima cifră 0 sunt cei pentru care avem că 20 divide $n\cdot(n+1)$. Vă urăm să continuaţi cu succes rezolvarea problemei.

$\boxed{11^1}$. Rotunjirea la sutimi a numărului $4,2947$ este egală cu:

A	B	C	D	E
$4,295$	$4,3$	$4,29$	$4,28$	Alt răspuns

$\boxed{12^2}$. A $2015-$a zecimală a numărului $2,02(14578)$ este egală cu:

A	B	C	D	E
1	4	5	7	Alt răspuns

$\boxed{13^3}$. Suma tuturor numerelor naturale x care au proprietatea că $\frac{49}{2\cdot x+1}\in\mathbb{N}$ este egală cu:

A	B	C	D	E
3	54	24	27	Alt răspuns

$\boxed{14^4}$. În fiecare an, un negustor cheltuieşte 100 de lire sterline pentru întreţinerea familiei, dar îşi sporeşte restul averii cu o treime din cât i-a rămas. După trei ani constată că şi-a dublat averea iniţială. Câţi bani a avut la început?

A	B	C	D	E
1500	1460	2100	1800	Alt răspuns

Răspuns corect: 1480

$\boxed{15^5}$. Produsul cifrelor restului împărţirii numărului $88621\underbrace{999...98}_{2015\text{ cifre}}$ la 73 este egal cu:

A	B	C	D	E
54	7	0	14	Alt răspuns

Soluţie. Dacă adunăm 2 la numărul dat obţinem $88621\underbrace{999...98}_{2015\text{ cifre}}+2=88622\underbrace{000...00}_{2015\text{ cifre}}$ şi 88622 este un număr divizibil cu 73, de unde rezultă că restul împărţirii numărului iniţial la 73 este 71.

O altă metodă, aş putea spune „şmecherească”, este următoarea: se împarte numărul 88621**9998** la 73 şi se observă că din momentul când se coboară prim cifră 9 se obţine mereu restul 72 (729:73=9 rest 72), iar când coborâm ultima cifră (cifra 8) vom avea 728:73=9 rest 71, de unde deducem că restul împărţirii este 71. Câtul împărţirii este $1213\underbrace{999........99}_{\text{de 2015 ori}}$.

$\boxed{16^1}$ Dacă $x+0,75=3,085$ atunci numărul x este egal cu:

A	B	C	D	E
2,335	3,015	3,335	3,855	Alt răspuns

$\boxed{17^2}$ Dacă numerele prime x şi y verifică relaţia $5\cdot x+8\cdot y=98$, atunci calculaţi $x+y$.

A	B	C	D	E
12	20	18	13	Alt răspuns

$\boxed{18^3}$ Care este restul împărţirii numărului 27^{174} la 5?

A	B	C	D	E
4	3	2	1	Alt răspuns

$\boxed{19^4}$ Cel mai mic număr natural care are exact 2015 divizori este egal cu:

A	B	C	D	E
$2^{402}\cdot 5^4$	$2^{30}\cdot 3^{12}\cdot 5^4$	$2^{29}\cdot 3^{11}\cdot 5^4$	2^{2004}	Alt răspuns

$\boxed{20^5}$ Se consideră şirul crescător al tuturor numerelor naturale scrise numai cu cifrele 0, 2, 5 şi 8, adică şirul 0, 2, 5, 8, 20, 22, 25, 28, 50, 52, 55, 58, 80, 82, 85, 88, 200, 202, 205, 208, 220, 222 …... Să se determine al 2500-lea număr din acest şir.

A	B	C	D	E
588008	528808	528020	528088	Alt răspuns

Răspuns corect: 528008

Soluţie. Se consideră corespondenţa $0\leftrightarrow 0, 1\leftrightarrow 2, 2\leftrightarrow 5, 3\leftrightarrow 8$. Dacă înlocuim cifrele 0, 2, 5, 8 cu 0, 1, 2 respectiv 3 obţinem şirul 0, 1, 2, 3, 10, 11, 12, 13, 20, 21, 22, 23, 30, 31, 32, 33, 100, ….., adică şirul crescător al numerelor naturale scrise în baza 4. Prin urmare, al 2500-lea număr din şir este este numărul din baza 4 care-i corespunde lui 2499 în baza 10. Avem că $2499_{(10)}=213003_{(4)}$. Revenind la cifrele iniţiale (vezi corespondeţa de mai sus), obţinem că raspunsul corect este: 528008.

$\boxed{21^1}$ Dacă notăm cu D_n mulţimea divizorilor naturali ai numărului natural n, atunci numărul elementelor din mulţimea $D_{12}\cap D_{18}$ este egal cu:

A	B	C	D	E
2	4	6	15	Alt răspuns

$\boxed{22^2}$ Ultima cifră a numărului natural $a=2012^{2015}+2013^{2014}$ este egală cu:

A	B	C	D	E
5	7	6	9	Alt răspuns

$\boxed{23^3}$ Să se determine $n\in\mathbb{N}$, ştiind că: $63+2\cdot 63+3\cdot 63+...+48\cdot 63=n^3$.

A	B	C	D	E
43	56	63	35	Alt răspuns

Răspuns corect: 42.

$\boxed{24^4.}$ Câte numere naturale impare conţine mulţimea $A=\{x\in\mathbb{N}\,|\,5^{2014}-1\le x\le 5^{2015}+1\}$?

A	B	C	D	E
5^{2014}	$2\cdot 5^{2014}$	$2\cdot 5^{2014}+2$	$2\cdot 5^{2014}+1$	Alt răspuns

$\boxed{25^5.}$ Fie $S=1+7^1+7^2+7^3+7^4+7^5+...+7^{2014}+7^{2015}$. Să se determine suma ultimelor patru cifre ale numărului natural S.

A	B	C	D	E
7	11	5	14	Alt răspuns

Soluţie. $S=\left(1+7^1+7^2+7^3\right)+\left(7^4+7^5+7^6+7^7\right)...+\left(7^{2012}+7^{2013}+7^{2014}+7^{2015}\right)$, de unde deducem $S=\left(1+7^1+7^2+7^3\right)+7^4\cdot\left(1+7^1+7^2+7^3\right)...+7^{2012}\cdot\left(1+7^1+7^2+7^3\right)=400\cdot\left(1+7^4+7^8+...+7^{2012}\right)$.

Folosind formula $(a+b)^n=M_a+b^n$ şi $7^4=2401=2400+1$, deducem că $7^{4\cdot k}=M_{100}+01$, pentru orice $k\in\mathbb{N}$, Deci, suma $1+7^4+7^8+...+7^{2012}$ are 504 termeni cu ultimele două cifre 01, deci $1+7^4+7^8+...+7^{2012}=M_{100}+504=M_{100}+04$.

Prin urmare, $S=400\cdot\left(1+7^4+7^8+...+7^{2012}\right)=400\cdot\left(M_{100}+04\right)=400\cdot M_{100}+400\cdot 4=M_{10000}+1600$, de unde rezultă că ultimele 4 cifre ale lui sunt 1600.