Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național „Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XVI-a
Galați, 31 octombrie 2015

Clasa a X-a

Problema 1.

Fie AP înălțime în triunghiul ΔABC, $P \in (BC)$ iar E și F două puncte pe laturile (AB) și respectiv (AC) astfel încât cercul de diametru $[EF]$ să intersecteze latura $[BC]$ în P.

a) Dacă notăm versorii vectorilor $\overrightarrow{PA}$ și $\overrightarrow{PB}$ cu $\vec{u}$ și respectiv $\vec{v}$ atunci exprimați vectorii $\overrightarrow{PE}$ și $\overrightarrow{PF}$ în funcție de $\vec{u}$ și $\vec{v}$.

b) Demonstrați relația $BE \cdot CF \cdot AP^2 = AE \cdot AF \cdot BP \cdot CP$.

Radu Marius Tătaru, profesor, Galați

Problema 2.

a) Să se rezolve în $\mathbb{Z}$ ecuația: $(x+1)^9 - x^{10} = 511$.

Vasile Popa,profesor, Galați

b) Fie numerele reale $x, y, z \in (0,\infty)$ cu $x+y+z=1$ și fie a un număr real, $a>1$. Să se arate că :

$$\frac{27}{9\cdot a^2-1} \le \frac{1}{a^2-x^2}+\frac{1}{a^2-y^2}+\frac{1}{a^2-z^2} \le \frac{3\cdot a^2-2}{a^2\cdot\left(a^2-1\right)}$$

Marcel Chiriță,profesor, G.M.

Problema 3.

Să se determine cel mai mic număr natural n astfel încât numărul zerourilor cu care se termină $(n+10)!$ să fie cu 2015 mai mare decât numărul zerourilor cu care se termină $n!$.(unde $n! = 1\cdot 2\cdot ...\cdot n$)

Vasile Popa,profesor, Galați