Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
Galaţi, 31 octombrie 2015

Clasa a XII-a

Problema 1.

a) Există funcții $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, care admit primitive și $F(f(x)) > \frac{1}{x}$ pentru orice $x > 0$, unde F este o primitivă a funcției f ?

b) Fie $f: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ o funcție care admite primitive și fie $F: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ o primitivă a sa. Arătați că funcția $g: (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ prin $g(x) = xf(x)$ admite primitive pe $(0, +\infty)$ și determinați funcțiile f, F care verifică relația
$xF(x) = (x + 1)G(x)$ oricare ar fi $x \in (0, +\infty)$,unde G este o primitivă a funcției g.

Iuliana Duma,prof. Galaţi

Problema 2.

Fie $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ și funcția $f: [a\ , b] \to \mathbb{R}$ având proprietatea Darboux. Să se arate că dacă pentru orice $y \in f([a\ , b])$ mulțimea $f^{-1}(\{y\})$ este un interval atunci funcția f este monotonă.

* * *

Problema 3.

Fie $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. O matrice $A \in M_{2^n - 1}(\{-1; 1\})$ se numește câștigătoare dacă și numai dacă fiecare element este egal cu produsul elementelor cu care este vecin pe orizontală și verticală. Determinați numărul matricelor câștigătoare din mulțimea matricelor pătratice de ordin $2^n - 1$ cu coeficienți în mulțimea $\{-1; 1\}$.

Andrei-Bogdan Puiu, student Imperial College, Londra