Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri"**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude"
ediţia a XVI-a
Galaţi, 31 octombrie 2015

Clasa a VII-a

Problema 1.

Fie triunghiul ABC, punctele D și E astfel încât $D \in (AB), B \in (DE), [BE] \equiv [AD]$. În semiplanul opus semiplanului determinat de dreapta AB și punctul C se consideră punctul P astfel încât $\measuredangle DEP \equiv \measuredangle BAC$ și $[EP] \equiv [AC]$.

a) Demonstrați că $\Delta DEP \equiv \Delta BAC$;
b) Demonstrați că $[AP] \equiv [EC]$;
c) Demonstrați că segmentele $[PC]$ și $[DB]$ au același mijloc;
d) Dacă patrulaterul CDPB este romb și $[CB] \equiv [DB] \equiv [BE]$, determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

Georgeta Balacea, profesor, Galaţi

Problema 2.

Fie $n_1, n_2, ..., n_{2015} \in \mathbb{Q}^*$ astfel încât $\frac{n_1}{1+n_1} = \frac{n_2}{2+n_2} = ... = \frac{n_{2015}}{2015+n_{2015}}$ și $\frac{1}{n_1} + \frac{2}{n_2} + ... + \frac{2015}{n_{2015}} = 403.$

a) Demonstrați că $n_1, n_2, ..., n_{2015} \in \mathbb{N}^*$.
b) Calculați suma $S = n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_{2015}$.
c) Calculați suma ultimelor 4031 cifre ale numărului S^{2015}.

Georgeta Balacea, profesor, Galaţi

Problema 3

În mulțimea numerelor naturale nenule se consideră ecuația $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{n}{[x, y]} = \frac{1}{(x, y)}, n \in \mathbb{N}.$

(unde $[x, y], (x, y)$ reprezintă cel mai mic multiplu comun, respectiv cel mai mare divizor comun al numerelor naturale x și y).

a) Arătați că ecuația are soluții dacă și numai dacă n este impar.
b) Pentru $n = 2013$, găsiți toate soluțiile ecuației de mai sus.

***