**Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi**
**Societatea de Ştiinţe Matematice din România** — **Filiala Galaţi**
**Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”** — **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

**Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”**
**ediţia a XVI-a**
**Galaţi, 31 octombrie 2015**

***Clasa a VIII -a***

**Problema 1.**

**a)** Determinaţi valorile reale ale lui x și y pentru care avem

$$\left|(3\cdot x-2\cdot y)^2-4\cdot x-2\cdot y+14\right|+(7-2\cdot x-y)^2+4\cdot x+2\cdot y=14.$$

**b)** Să se determine valorile naturale ale lui x și y pentru care $x^2+3\cdot y=16\cdot y^2+4$ .

**Mirela Grigore, profesor, Galaţi**

**Problema 2.**

Fie $ABCD$ un trapez oarecare cu bazele $AB$ şi $CD$, iar $CD<AB$. Se construiesc cercurile $C_1$ de centru $O_1$ și diametru $BC$, $C_2$ de centru $O_2$ și diametru $AD$, iar pe baza mică $CD$ ca diametru, se construieşte semicercul $(\Gamma)$ exterior trapezului. Notăm cu $E$ și $F$ mijloacele bazelor $AB$ şi $CD$. Fie punctul $P\in(\Gamma)$. Dreptele $PC$ şi $PD$ intersectează din nou cercurile $C_1$, $C_2$ respectiv în punctele $M, N$ și notăm cu $Q$ punctul de intersecție al dreptelor $MB$ şi $NA$.

**a)** Să se demonstreze că $FP \parallel EQ$.

**b)** Dacă punctul $P\in(\Gamma)$ este variabil, să se demonstreze că punctul $K$ de intersecție al dreptelor $MO_1$ și $NO_2$ descrie un arc de cerc.

(* * * )

**Problema 3**

Fie $A$ o mulțime de numere naturale nenule cu cel puțin două elemente. Se știe că pentru orice numere $a,b\in A,\ a>b,$ avem $\frac{[a,b]}{a-b}\in A$. Să se demonstreze că mulțimea $A$ are exact 2 elemente.

($[a,b]$ semnifică cel mai mic multiplu comun al numerelor $a$ și $b$ **)**

(* * *)