Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România — **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi — **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XVI-a
Galaţi, 31 octombrie 2015

Clasa a IX-a

Problema 1..

a) Să se determine numerele reale x cu proprietatea că $[4\cdot x]$, $2\cdot[x]+[2\cdot x]$, $4\cdot[x]$ sunt numere întregi consecutive, unde s-a notat $[x]$ partea întreagă a numărului real x.

Vasile Popa, profesor, Galaţi

b) Să se determine numerele reale $x_k \in \left[0;k^2\right]$, $k\in\{1,2,...,2015\}$ care verifică egalitatea

$$\sqrt{x_1\cdot\left(1-\frac{x_1}{1^2}\right)}+\sqrt{x_2\cdot\left(1-\frac{x_2}{2^2}\right)}+...+\sqrt{x_{2015}\cdot\left(1-\frac{x_{2015}}{2015^2}\right)}=2015\cdot 504.$$

Mihai Totolici, profesor, Galaţi

Problema 2..

a) Să se determine $k\in\mathbb{Z}$ ştiind că egalitatea $[2\cdot k\cdot x]=\left[2\cdot k\cdot x-x+\frac{1}{2}\right]$ este adevărată pentru orice număr real $x\in[0;1)$.

Vasile Popa, profesor, Galaţi

b) Se consideră numerele reale $a,b\in[0;1]$. Să se demonstreze că $\frac{1}{1+a+b}\le 1-\frac{a+b}{2}+\frac{a\cdot b}{3}$.

Vasile Popa, profesor, Galaţi

Problema 3

Se consideră trapezul isoscel $ABCD$, $AB\parallel CD$, $AB>CD$, cu diagonalele $[AC]$, $[BD]$ perpendiculare, iar $\{O\}=AC\cap BD$. Paralela dusă prin O la AB intersectează latura $[AD]$ în M, iar perpendiculara dusă pe AD prin punctul M intersectează latura $[BC]$ în N.

Să se demonstreze că $[AD]\equiv[MN]$.

Vasile Popa, profesor, Galaţi