

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”  
ediția a XVII-a  
Galați, 05 noiembrie 2016

Clasa a X-a

BAREM DE CORECTARE NOTARE

Problema 1

- a) Impunerea condițiilor de existență.....1 punct  
Obținerea relației  $x \in \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2 \right\}$ .....1 punct  
Finalizare:  $x = \frac{3}{2}$ .....1 punct
- b) Demonstrarea relației  $\log_a \frac{A}{B} > \log_{B+k} \frac{A}{B}$ .....2 puncte  
 $\frac{A}{B} > \frac{A+k}{B+k} > 1$ , deci  $\log_{B+k} \frac{A}{B} > \log_{B+k} \frac{A+k}{B+k}$ ..... 1 punct  
Finalizare:.....1 punct

Problema 2

- a)  $(k+1) \cdot \overline{AM} = k \cdot \overline{AC} + \overline{AB}$ ,  $k = \frac{BM}{MC}$ .....1 punct  
Obținerea relației  $(k+1)^2 AM^2 = (k^2+k)b^2 + (1+k)c^2 - ka^2$ ..... 1 punct  
Obținerea relațiilor  $(k^2+k)(b^2-c^2) + (1+k)(c^2-a^2) + k(b^2-a^2) = 0$ ..... 1 punct  
Finalizare:  $a = b = c$  cu justificare.....1 puncte
- b) Obținerea relației  $|\overline{AC} + k\overline{AC} + k\overline{BC}| = |\overline{BA} + k\overline{BA} + k\overline{CA}| = |\overline{CB} + k\overline{CB} + k\overline{AB}|$ .....1 punct  
Obținerea relațiilor  $(2k^2+3k+1)(b^2-c^2) + (2k^2+k)(a^2-b^2) + (k^2+k)(a^2-c^2) = 0$  1 punct  
Finalizare.....1 punct

Problema 3

- a) Verificarea cazului  $n = 2$ .....1 punct  
Demonstrarea implicației  $P(n) \Rightarrow P(n+1)$ .....1 punct  
Finalizare.....1 punct
- b) Obținerea relației  $a_j - a_i \geq (j-i) \cdot m$ ,  $j > i$ , unde  $m = \min_{1 \leq i < j \leq n} (a_j - a_i)$ ,  $m \geq 0$ .....1 punct  
Obținerea relației  $n \cdot \sum_{k=1}^n a_k^2 - \left( \sum_{k=1}^n a_k \right)^2 \geq m^2 \cdot \left[ \sum_{k=1}^n k^2 - \left( \sum_{k=1}^n k \right)^2 \right]$ .....1 punct  
Obținerea relației  $n \geq m^2 \cdot n^2 \cdot \frac{n^2-1}{12}$  și finalizare.....2 puncte