Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XVII-a
Galaţi , 5 noiembrie 2016

Clasa a XI-a

BAREM DE CORECTARE NOTARE

Problema 1.

a) $(\exists)a_n, b_n \in \mathbb{N}$ astfel încât $\left(45+\sqrt{2016}\right)^n = a_n + b_n \cdot \sqrt{2016}$ și

$\left(45-\sqrt{2016}\right)^n = a_n - b_n \cdot \sqrt{2016}$ ....(1p)

$\sin\left[\left(45+\sqrt{2016}\right)^n \cdot \pi\right] = -\sin\left[\left(45-\sqrt{2016}\right)^n \cdot \pi\right]$ ....(1p)

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin\left[\left(45+\sqrt{2016}\right)^n \cdot \pi\right]}{tg\left[\left(45+\sqrt{2015}\right)^n \cdot \pi\right]} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin\left[\left(45-\sqrt{2016}\right)^n \cdot \pi\right]}{tg\left[\left(45-\sqrt{2015}\right)^n \cdot \pi\right]}$ ....(1p)

Finalizare...(1p)

b) $Tr\left[A^n \cdot (A\cdot B - B\cdot A)\right] = 0$ ....(1p)

$Tr\left[B^n \cdot (A\cdot B - B\cdot A)\right] = 0$ ....(1p)

Finalizare ....(1p)

Problema 2.

a) Fie A_1, A_2, A_3 imaginile geometrice ale numerelor complexe z_1, z_2, z_3 și fie $z = a\cdot z_2 + (1-a)\cdot z_3, a \in \mathbb{R}$,iar A imaginea geometrică a lui z și $A \in A_2A_3$ ....(1p)

$\min\limits_{a\in\mathbb{R}} \left|a\cdot z_2 + (1-a)\cdot z_3 - z_1\right| = |A_1B| = h$, unde h este lungimea înălţimii triunghiului $\Delta A_1A_2A_3$ corespunzătoare vârfului A_1 ....(1p)

$h = \dfrac{|z_1 - z_2|\cdot|z_1 - z_3|\cdot \sin\left(\sphericalangle A_2A_1A_3\right)}{|z_2 - z_3|}$ ....(1p)

Finalizare ....(1p)

b) Periodicitatea $a_1 = a_6$, $b_1 = b_6$ ....(2p)

Finalizare .... (1p)

Problema 3
Direct:

$(t-1)\cdot n = t\cdot\varphi(n)$ ....(1p).

$(t-1)\cdot p_1\cdot p_2\cdot\ldots\cdot p_k = t(p_1-1)(p_2-1)\ldots(p_k-1)$ ....(1p)

$(\exists)u\in\mathbb{N}: t = u\cdot p_k$ .... (1p) .

$p_k \le 1$ ....(2p)

Reciproc:

$n-\varphi(n) = p^{\alpha} - \left(p^{\alpha} - p^{\alpha-1}\right) = p^{\alpha-1}$ deci n se divide cu $n-\varphi(n)$..............(2p)