Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XVII-a
Galaţi, 05 noiembrie 2016

Clasa a X-a

Problema 1..

a) Să se determine $x \in \mathbb{Q}$ ştiind că $\sqrt[2\cdot x+1]{\sqrt[11-4\cdot x]{(-2\cdot x)^{10}}} = \sqrt[6\cdot x-1]{8\cdot x^3+54}$.

***

b) Se consideră numerele A, B, a, k cu $A > B > a > 1$ şi $k > 0$.

Să se demonstreze că $\log_a \frac{A}{B} + 1 > \log_{B+k}(A+k)$.

***

Problema 2..

Pe laturile (BC), (CA), (AB) ale triunghiului ΔABC se consideră punctele M, N, respectiv P astfel încât $\frac{BM}{MC} = \frac{CN}{NA} = \frac{AP}{PB}$. Să se demonstreze că :

a) Dacă $AM = BN = CP$, atunci triunghiul ΔABC este echilateral.

b) Dacă $\left|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{CB}\right| = \left|\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{AC}\right| = \left|\overrightarrow{CP} - \overrightarrow{BA}\right|$, atunci triunghiul ΔABC este echilateral.

Vasile Popa, profesor, Galaţi

Problema 3

Se consideră numerele reale $a_1, a_2, ..., a_n$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Să se demonstreze că :

a) $\sum_{1\leq i<j\leq n} (a_j - a_i)^2 = n \cdot \sum_{k=1}^{n} a_k^2 - \left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right)^2$.

b) Dacă în plus $a_1^2 + a_2^2 + ... + a_n^2 = 1$, să se demonstreze că $\min_{1\leq i<j\leq n} (a_j - a_i)^2 \leq \frac{12}{n\cdot(n^2-1)}$.

***