Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România — **Filiala Galaţi**
Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri” — **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XVII-a
Galaţi , 5 noiembrie 2016

Clasa a XI-a

Problema 1.

a) Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sin\left[\left(45+\sqrt{2016}\right)^n \cdot \pi\right]}{tg\left[\left(45+\sqrt{2015}\right)^n \cdot \pi\right]}$

Radu Marius Tătaru, profesor, Galaţi

b) Fie A și B două matrice pătratice cu elemente reale.
Arătaţi că $Tr\left[\left(\alpha\cdot A^n+\beta\cdot B^n\right)\cdot\left(A\cdot B-B\cdot A\right)\right]=0, (\forall) n\in\mathbb{N}^*$ și $(\forall)\alpha,\beta\in\mathbb{R}$

***

Problema 2.

a) Dacă z_1, z_2, z_3 sunt trei numere complexe astfel încât $|z_1|=|z_2|=|z_3|=r$ și $z_2\neq z_3$,să se demonstreze că $\min\limits_{a\in\mathbb{R}}\left|a\cdot z_2+(1-a)\cdot z_3-z_1\right|=\dfrac{1}{2\cdot r}\cdot|z_1-z_2|\cdot|z_1-z_3|$

***

b) Fie șirurile $(a_n)_{n\geq1}$ și $(b_n)_{n\geq1}$ de numere reale date astfel: $1<a_1<b_1$, $a_n=\dfrac{b_{n-1}}{a_{n-1}}$, $b_n=\dfrac{b_{n-1}-1}{a_{n-1}-1}$, $(\forall)n\geq 2$. Determinaţi valorile a_1 și b_1 pentru care ambele șiruri converg .

***

Problema 3.

Fie $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$ .Să se arate că n se divide cu $n-\varphi(n)$ dacă și numai dacă n este o putere a unui număr prim. [Prin $\varphi(n)$ am notat indicatorul lui Euler.]

Marcel Ţena, G.M.