

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XVII-a
Galați, 5 noiembrie 2016

Clasa a VII-a

Problema 1.

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu O , intersecția diagonalelor $[AC]$, respectiv $[BD]$.
Perpendiculara în O pe AC intersectează latura $[DC]$ în E și bisectoarea unghiului \widehat{DAC} în F .
Perpendiculara în F pe AF intersectează latura $[DC]$ în G . Fie $\{H\} = AF \cap DG$.
Să se demonstreze că:

- Punctul E este mijlocul segmentului $[HG]$;
- Dacă, în plus, $FG \parallel DB$, să se determine măsura unghiului \widehat{DAC} .

* * *

Problema 2.

- Fie a, b, c , trei cifre nenule. Să se determine fiecare din ele, știind că $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \overline{a,b(c)}$.

Prelucrare, **Roxana Andrei, profesor, Galați**

- Se consideră numerele naturale $a, b, a > b$ cu a număr par, iar b număr impar. Să se determine numerele naturale n și x știind că $a^{2^n} = b^{2^n} + (x - 2016)^2$.

Mihai Totolici, profesor, Galați

Problema 3.

Se consideră un pătrat de latură 4 cm și M o mulțime formată din 2017 puncte interioare ale pătratului și cele patru vârfuri ale acestuia. Să se demonstreze că :

- Printre cele 2017 puncte interioare ale pătratului există cel puțin două situate la o distanță mai mică decât $\frac{1}{5}$ cm.
- Există un triunghi cu vârfurile în M , având aria cel mult egală cu $\frac{4}{1009}$ cm².

Mihai Totolici, profesor, Galați