Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XVII-a
Galaţi, 5 noiembrie, 2016

Clasa a IX-a

Problema 1.

a) Determinați mulțimea A=$\left\{x \in \mathbb{R}\backslash([0;1) \cup \{2016\}) \ / \ \frac{1}{x-2016}+\frac{1}{[x]}+\frac{1}{\{x\}+2016}=\frac{1}{2x}\right\}$ unde $[\cdot]$ și $\{\cdot\}$ reprezintă partea întreagă, respectiv, partea fracționară a unui număr real.

b) Fie $n \in \mathbb{N}^*$, fixat. Determinați perechile $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ astfel încât :
$$(2017x + 2016y)^n = 2016x + 2015y$$

Vasile Duma, profesor, Galați

Problema 2.

a) Fie $a, b, x, y > 0$ și $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Demonstrați inegalitatea :

$$\frac{a^n}{x^{n-1}}+\frac{b^n}{y^{n-1}} \geq \frac{(a+b)^n}{(x+y)^{n-1}}$$

b) Considerăm numerele $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$, și $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Arătați că :

$$\boldsymbol{\frac{a_1^n}{(a_2+a_3+\cdots+a_n)^{n-1}}+\frac{a_2^n}{(a_1+a_3+\cdots+a_n)^{n-1}}+\cdots+\frac{a_n^n}{(a_1+a_2+\cdots+a_{n-1})^{n-1}} \geq \frac{a_1+a_2+\cdots a_n}{(n-1)^{n-1}}}$$

Când are loc egalitatea ?

Iuliana Duma, profesor , Galați

Problema 3.

Se consideră $a_n = 1 + n!\left(1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{n!}\right)$ puncte în plan,oricare trei necoliniare și se colorează arbitrar segmentele ce le unesc cu n culori. Să se arate că oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$ se formează cel puțin un triunghi cu laturi de aceeași culoare. (Se notează $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$)

dr. Vasile Pop , Cluj-Napoca