

Concursul Interjudețean „Cristian S. Calude”

Galați

29 octombrie 2016

SUBIECT DE TIP



pentru clasa a VI-a

Problemele au fost selectate de profesorii: Mariana Coadă (Liceul Teoretic ”Dunărea,, Galați), Veronica Grigore și Romeo Zamfir (ambii de la CNVA)

1³. Mulțimea $A \subset \mathbb{N}$ are n elemente, $n \in \mathbb{N}^*$, și are proprietatea că, oricare ar fi 4 elemente ale sale, putem alege două cu suma $2^{2014} + 1$. Determinați valoarea maximă a lui n .

| | | | | |
|---|---|---|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 3 | 6 | 8 | 12 | Alt răspuns |

2³. Numărul $S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9$ este egal cu:

1978 cifre

| | | | | |
|--|--|--|---|-------------|
| A | B | C | D | E |
| $\underbrace{111\dots1109132}_{\text{de } 1974 \text{ ori}}$ | $\underbrace{111\dots1109030}_{\text{de } 1974 \text{ ori}}$ | $\underbrace{111\dots1109999}_{\text{de } 1974 \text{ ori}}$ | $\underbrace{111\dots11091111}_{\text{de } 1974 \text{ ori}}$ | Alt răspuns |

3⁴. Să se determine cel mai mic număr $n \in \mathbb{N}^*$ cu proprietățile: $\frac{n}{3}$ este pătrat perfect și $\frac{n}{5}$ este cub perfect.

| | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
| A | B | C | D | E |
| $3^3 \cdot 5^4$ | $3^2 \cdot 5^3$ | $3^2 \cdot 5^4$ | $3^3 \cdot 5^3$ | Alt răspuns |

4². Simplificând fracția $\frac{1313131313}{3131313131}$ se obține fracția ireductibilă:

| | | | | |
|-------------------|---------------|---------------------|-----------------|-------------|
| A | B | C | D | E |
| $\frac{131}{313}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1313}{3131}$ | $\frac{13}{31}$ | Alt răspuns |

5¹. Cu cât este egal 13^3 ?

| | | | | |
|------|------|------|------|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 2919 | 2719 | 2197 | 2179 | Alt răspuns |

6². Se consideră mulțimea $A = \left\{ \frac{2016}{15}, \frac{2017}{16}, \frac{2018}{17}, \dots \right\}$. Să se determine cardinalul mulțimii

$A \cap \mathbb{N}$.

| | | | | |
|---|---|---|---|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 8 | 0 | 4 | 6 | Alt răspuns |

7⁵. Se consideră mulțimile $A = \{7 \cdot n - 2 \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ și $B = \{4 \cdot m + 3 \mid m \in \mathbb{N}\}$. Să se determine câte numere de patru cifre sunt în mulțimea $A \cap B$.

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 320 | 332 | 321 | 323 | Alt răspuns |

8³. Determinați $S = 2 \cdot a + 2 \cdot b + 3 \cdot c$ știind că $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, $a \cdot b = 144$, $b \cdot c = 240$ și $a \cdot c = 60$.

| | | | | |
|----|----|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 89 | 40 | 91 | 45 | Alt răspuns |

Răspuns corect: 90

9⁴. Se consideră numărul $n = 51^{2015} - 13$. Împărțind numărul n la 153 obținem câtul c și restul r . Să se determine ultima cifră a câtului c .

| | | | | |
|---|---|---|---|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 1 | 3 | 7 | 9 | Alt răspuns |

Câtul este egal cu $51^{2013} \cdot 17 - 1$ și ultima cifră a sa este 6.

10¹. Determinați numărul zerourilor cu care se termină produsul $P = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 99$.

| | | | | |
|----|----|----|---|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 16 | 22 | 19 | 9 | Alt răspuns |

11⁵. Determinați suma cifrelor numărului natural \overline{abc} , știind că \overline{abc} este cel mai mare divizor comun al numerelor $\overline{2013abc}$ și $\overline{abc2013}$.

| | | | | |
|----|---|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 14 | 7 | 17 | 11 | Alt răspuns |

12³. Câte numere naturale de trei cifre împărțite la 29 dau restul 13?

| | | | | |
|----|----|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 29 | 30 | 31 | 32 | Alt răspuns |

13². Cu cât este egală suma $\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9}$?

| | | | | |
|---------------|---------------|---|---|-------------|
| A | B | C | D | E |
| $\frac{8}{9}$ | $\frac{7}{9}$ | $\frac{101}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}$ | $\frac{131}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}$ | Alt răspuns |

14³. Veverița Rița are trei pui: Rudolf, Rițu și Rica. Într-o zi Rița aduce acasă 78 de nuci pe care doar puii le consumă. Dacă Rudolf ar consuma de două ori mai multe nuci, Rițu ar consuma de trei ori mai multe nuci, iar Rica de patru ori mai multe nuci, atunci cei trei frați ar consuma un număr egal de nuci. Dacă veverița Rudolf consumă \overline{ab} nuci și Rica consumă \overline{cd} nuci, atunci suma $a + b + c + d$ este egală cu:

| | | | | |
|----|----|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 26 | 14 | 21 | 18 | Alt răspuns |

15⁵. Suma ultimelor 4 cifre ale numărului 5^{2015} este

| | | | | |
|----|---|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 13 | 8 | 16 | 20 | Alt răspuns |

16¹. Determinați numărul rațional x care verifică egalitatea $x - \frac{2}{3} = \frac{7}{9}$.

| | | | | |
|---------------|---|---------------|---------------|-------------|
| A | B | C | D | E |
| $\frac{5}{9}$ | 1 | $\frac{7}{9}$ | $\frac{5}{3}$ | Alt răspuns |

Răspuns corect: $\frac{13}{9}$

17³. Determinați suma cifrelor celui mai mare număr de forma $\overline{2x1y}$ care dă restul 10 prin împărțirea la 12.

| | | | | |
|----|----|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 12 | 16 | 23 | 28 | Alt răspuns |

18². Se consideră numerele: $a = 4 \cdot 9 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 11 + \dots + 30 \cdot 35$ și $b = 4 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 9 + \dots + 30 \cdot 33$. Să se calculeze $a - b$

| | | | | |
|----|----|-----|-----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 66 | 70 | 918 | 908 | Alt răspuns |

19². Dacă $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, câți divizori de forma $k^3, k \in \mathbb{N}^*$ are numărul $3! \cdot 5! \cdot 7! \cdot 9!?$

| | | | | |
|----|---|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 24 | 9 | 36 | 11 | Alt răspuns |

20². Să se calculeze $\frac{2^{2013} - 2^{2012} - 2^{2011} - 2^{2010}}{3^{2012} - 2 \cdot 3^{2011} - 2 \cdot 3^{2010}} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2010}$

| | | | | |
|---------------|---------------|---|------|-------------|
| A | B | C | D | E |
| $\frac{3}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | 1 | 2010 | Alt răspuns |

21¹. În câte moduri putem așeza patru persoane într-un rând?

| | | | | |
|----|----|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 12 | 16 | 24 | 20 | Alt răspuns |

22³. Se consideră mulțimile $A = \{x / x = \overline{23ab} \text{ și } 15 / x\}$, $B = \{y / y = \overline{23cd} \text{ și } 4 / y\}$.

Determinați cardinalul mulțimii $A \cup B$.

| | | | | |
|----|----|----|----|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 25 | 30 | 32 | 27 | Alt răspuns |

23⁴. Câte perechi de numere naturale (x, y) verifică ecuația $\frac{1}{x} - \frac{2}{y} = \frac{1}{3}$?

| | | | | |
|---|---|---|---|-------------|
| A | B | C | D | E |
| 1 | 2 | 3 | 6 | Alt răspuns |

24¹. Rezultatul calculului $0,(3) + 0,3(4) + 0,(35)$ este

| A | B | C | D | E |
|------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------|
| $\frac{19}{240}$ | $1\frac{1}{15}$ | $1\frac{31}{990}$ | $1\frac{32}{495}$ | Alt răspuns |

25⁵. Fie A un număr arbitrar de 2014 cifre care e divizibil cu 9. Notăm suma cifrelor acestui număr cu B și suma cifrelor lui B cu C . Determinați suma cifrelor lui C .

| A | B | C | D | E |
|----|----|----|---|-------------|
| 10 | 17 | 12 | 7 | Alt răspuns |

Răspunsul corect este multiplu de 9.