Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național ”Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică ”Cristian S. Calude”
ediția a XVIII-a
Galați, 4 noiembrie 2017

Clasa a 9 -a

Problema 1. **a)** Fie $a,b,c \in (0;+\infty)$. Să se demonstreze că

$$a^3+b^3+c^3 \geq \frac{1}{3}\cdot\left(a^2+b^2+c^2\right)\cdot(a+b+c).$$

b) Fie $a,b,c,d \in (0;+\infty)$. Să se demonstreze că

$$\frac{a}{a+2\cdot b}+\frac{b}{2\cdot a+b}+\frac{c}{c+2\cdot d}+\frac{d}{2\cdot c+d} \geq \frac{4}{3}.$$

Gazeta Matematică, nr. 9 / 2017

Problema 2. **a)** Fie $ABCD$ un trapez, $AD \parallel BC$, punctul M este mijlocul segmentului $[DC]$, $AM \cap BD = \{O\}$. Picioarele perpendicularelor duse din A și C pe BD sunt A', respectiv C'. Să se demonstreze că $\dfrac{DO}{BO}=\dfrac{AA'}{AA'+CC'}$.

b) Fie ABC un triunghi isoscel cu $m(\sphericalangle BAC)=120^0$, iar $[CD$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle ACB$, $D \in AB$, punctele A' și D' sunt proiecțiile ortogonale ale punctului A, respectiv D pe BC. Să se demonstreze că $[DD'] \equiv [A'D']$.

Vasile Popa

c) Fie ABC un triunghi, $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ puncte mobile, iar $MC \cap NB = \{O\}$.

Demonstrați că raportul $\dfrac{A_{[AMN]}\cdot A_{[BOC]}}{A_{[MON]}}$ este constant.

(Am notat cu $A_{[XYZ]}$ aria triunghiului XYZ)

***

Problema 3. Să se determine $k \in \mathbb{Z}$ dacă este adevărată egalitatea:

$$[2\cdot k\cdot x]=\left[2\cdot k\cdot x-x+\frac{1}{2}\right], \text{ pentru orice } x\in[0;1).$$

Vasile Popa