

Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiața Galați

Colegiul Național "Vasile Alecsandri"
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică "Cristian S. Calude"
ediția a XIX-a
Galați, 10 noiembrie 2018

Clasa a XII-a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

a) Obținerea relației $\frac{1}{2018 \cdot f^{2018}(x)} = e^x + c, \forall x \in \mathbb{R}$ 2 puncte

Finalizare: $f(x) = \frac{1}{\sqrt[2018]{2018}} \cdot e^{-\frac{x}{2018}}, \forall x \in \mathbb{R}$ 1 punct

b) Obținerea relației $(f(x)e^{-kx})' = \frac{e^{kx}}{e^{2kx} + 3}, \forall x \in \mathbb{R}$ 2 puncte

$f(x)e^{-kx} = \frac{1}{k\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{e^{kx}}{\sqrt{3}} + c, \forall x \in \mathbb{R},$ 1 punct

Finalizare: $f(x) = \frac{e^{kx}}{k\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{e^{kx}}{\sqrt{3}}, \forall x \in \mathbb{R}$ 1 punct

Problema 2.

Obținerea relației $(y \cdot x)^{n-1} = x^{n-1} \cdot y^{n-1}$ 2 puncte

Obținerea relației $y^n \cdot x^{n-1} = x^{n-1} \cdot y^n, \forall x, y \in G$ 2 puncte

$\operatorname{ord} G = n^2 - n - 1 \Rightarrow x^{n^2-n} = x, \forall x \in G$ 1 punct

$x \cdot y = x^{n^2-n} \cdot y^{n^2-n} = (x^{n-1})^n \cdot (y^n)^{n-1} = (y^n)^{n-1} \cdot (x^{n-1})^n = y^{n^2-n} \cdot x^{n^2-n} = y \cdot x, \forall x, y \in G$..2 puncte

Problema 3.

a) Aplicarea teoremei lui Lagrange și finalizare.....1 punct

b) Găsirea unui exemplu1 punct

c) Demonstrarea rezultatului :dacă $f'(a) = 0$, atunci $f'(x) \leq 0, \forall x \in [a; +\infty)$, respectiv $f'(x) \geq 0, \forall x \in (-\infty; a]$ 2 puncte

Demonstrarea rezultatului: dacă $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ astfel încât $f'(a) = f'(b) = 0$, atunci f este funcție constantă pe intervalul $[a; b]$ 1 punct

Demonstrarea rezultatului : dacă $M = \{x \in \mathbb{R} | f'(x) = 0\}$ conține cel puțin două elemente distincte și $\alpha = \inf M, \beta = \sup M$, atunci $\beta = +\infty, \alpha = -\infty (M = \mathbb{R})$ 2 puncte