Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi
Societatea de Ştiinţe Matematice din România **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**
Filiala Galaţi **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XIX -a
Galaţi, 10 noiembrie 2018

Clasa a VIII -a

Problema 1.

a) Să se arate că:

$$\frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}},\forall n\in\mathbb{N}^*$$

b) Să se rezolve în $\mathbb{N}^*$ ecuaţia:

$$\frac{1}{1\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{1}}+\frac{1}{2\cdot\sqrt{3}+3\cdot\sqrt{2}}+\ldots+\frac{1}{n\cdot\sqrt{n+1}+(n+1)\cdot\sqrt{n}}=1-\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Problema 2.

a) Să se arate că dacă $a,b,c\in\mathbb{R}$ şi $a^2+b^2+c^2=1$ atunci $-\frac{1}{2}\le a\cdot b+b\cdot c+c\cdot a\le 1$

b) Să se arate că dacă $a,b,c\in\mathbb{R}_+^*$ şi $a\cdot b\cdot c\cdot d=1$ atunci

$$a^2+b^2+c^2+d^2+a\cdot b+a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d+c\cdot d\ge 10$$

Problema 3.

a) Se consideră triunghiul ABC şi $M\in(BC)$ astfel încât $CM=\frac{1}{3}BC$. Să se demonstreze că $AM<\frac{1}{3}AB+\frac{2}{3}AC$.

b) Se consideră triunghiul ascuţitunghic ABC cu $m(\sphericalangle C)<m(\sphericalangle A)$. Fie D, E punctele de tangenţă ale cercului înscris în triunghiul ABC cu laturile AB, respectiv AC şi F punctul de intersecţie a bisectoarei unghiului B cu dreapta DE. Să se demonstreze că $m(\sphericalangle BFC)=90^\circ$.

Problemele au fost selectate de profesoara **Mariana Coadă**