

Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România  
Filiala Galați

Colegiul Național "Vasile Alecsandri"  
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică "Cristian S. Calude"  
ediția a XIX-a  
Galați, 10 noiembrie 2018

Clasa a IX -a

**Problema 1.**

a) Fie numerele  $x, y \in \mathbb{R}$  cu  $x - y \in \mathbb{Q}^*$  și  $x^3 - y^3 \in \mathbb{Q}$ . Demonstrați că  $x^{10} + y^{10} \in \mathbb{Q}$ .

b) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} \left[ \frac{3 \cdot x + 1}{4} \right] + \left[ \frac{4 \cdot y - 1}{3} \right] = x \\ \left[ \frac{4 \cdot x - 1}{3} \right] + \left[ \frac{3 \cdot y - 1}{3} \right] = y + 2 \end{cases}$$

Radu-Marius Tătaru, profesor, Galați.

**Problema 2.**

a) Se dau numerele reale  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2018}$  cu proprietatea:

$$(a_1 - a_2)^2 = 2^2 \cdot (a_2 - a_3)^2 = 3^2 \cdot (a_3 - a_4)^2 = \dots = 2018^2 \cdot (a_{2018} - a_1)^2.$$

Demonstrați că  $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_{2018}$ .

Radu-Marius Tătaru, profesor, Galați.

b) Fie  $a, b, c, d$  lungimile laturilor unui patrulater convex. Notăm cu  $p$  semiperimetrul acestuia.

Demonstrați că 
$$\frac{a}{p+b+c+d} + \frac{b}{p+a+c+d} + \frac{c}{p+a+b+d} + \frac{d}{p+a+b+c} \geq \frac{4}{5}.$$

Cristian Moanță, profesor, G.M.

**Problema 3.**

Se consideră paralelogramul  $ABCD$  cu centrul în  $O$ . Se notează cu  $M$  și  $N$  mijloacele segmentelor  $[BO]$  și respectiv  $[CD]$ . Să se arate că dacă triunghiurile  $\triangle ABC$  și  $\triangle AMN$  sunt asemenea, atunci  $ABCD$  este pătrat.

\* \* \*

