Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național ”Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică ”Cristian S. Calude”
ediția a XX-a
Galați, 2 noiembrie 2019

Clasa a IX –a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

a) $\frac{2\cdot x\cdot y}{x+y}\cdot z+\frac{2\cdot y\cdot z}{y+z}\cdot x+\frac{2\cdot z\cdot x}{z+x}\cdot y\le\frac{(x+y+z)^2}{3}$ 1p

$\frac{2\cdot x\cdot y}{x+y}\cdot z+\frac{2\cdot y\cdot z}{y+z}\cdot x+\frac{2\cdot z\cdot x}{z+x}\cdot y\le x\cdot y+y\cdot z+z\cdot x$ 1p

$x\cdot y+y\cdot z+z\cdot x\le x^2+y^2+z^2$ 1p

b) Notăm $\frac{4\cdot x+4}{x^2+4}=t, t\in\mathbb{R}$ 1p

$\left([t]-1\right)\cdot\left(\{t\}-1\right)=0$ 1p

$1\le\frac{4x+4}{x^2+4}<2$ 1p

$x\in[0,4]$ 1p

Problema 2.

a) $x+1\ge 0$ (1) și $y+1\ge 0$ 1p

$(x-1)^2\cdot\left(x^2+1\right)\cdot(x+1)+(y-1)^2\cdot\left(y^2+1\right)(y+1)+\left(x^2-y^2\right)^2=0$ 1p

$$\begin{cases}(x-1)^2\cdot(x+1)=0\\(y-1)^2\cdot(y+1)=0\\\left(x^2-y^2\right)^2=0\end{cases}$$ 1p

$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases};\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases};\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases};\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$ 1p

b) $k=1$ verifică (demonstraţie) 1p

$k\ge 2$ nu verifică (demonstraţie) 1p

finalizare...1p

Problema 3.

$2\cdot IN_a = AM_a - 2\cdot r$ 1p

$4\cdot IM_a^2 = 2\cdot\left(IB^2 + IC^2\right) - a^2$ 1p

$IM_a^2 == r^2 + \left(\dfrac{b-c}{2}\right)^2$ 1p

$4\cdot IN_a^2 = 2\cdot\left[r^2 + \left(p-a\right)^2\right] + 2\cdot\left[r^2 + \left(\dfrac{b-c}{2}\right)^2\right] - AM_a^2$ 1p

$\left(p-b\right)\cdot\left(p-c\right)\cdot\left(2b^2 + 2c^2 - a^2\right) = a^2\cdot p\cdot\left(p-a\right)$ 1p

$(b-c)^2\cdot(b^2 + c^2 - a^2) = 0$..1p

ΔABC este echilateral (justificare) 1p