

Concursul Interjudețean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediția a XX-a

Galați, 02 noiembrie 2019
Clasa a VII-a

Problema 1. Fie $a, b, c \in \mathbb{Q}_+^*$ astfel încât $\frac{2 \cdot a + 3 \cdot b}{4 \cdot a + 5 \cdot b + 6 \cdot c} = \frac{2 \cdot b + 3 \cdot c}{4 \cdot b + 5 \cdot c + 6 \cdot a} = \frac{2 \cdot c + 3 \cdot a}{4 \cdot c + 5 \cdot a + 6 \cdot b}$.

Demonstrați că: a) $\sqrt{\frac{a+3 \cdot b}{3 \cdot a+4 \cdot b+5 \cdot c} + \frac{b+3 \cdot c}{3 \cdot b+4 \cdot c+5 \cdot a} + \frac{c+3 \cdot a}{3 \cdot c+4 \cdot a+5 \cdot b}} \in \mathbb{N}$

b) $\sqrt{\frac{\sqrt{5 \cdot a \cdot b}}{4 \cdot a+5 \cdot b+6 \cdot c} + \frac{\sqrt{5 \cdot b \cdot c}}{4 \cdot b+5 \cdot c+6 \cdot a} + \frac{\sqrt{5 \cdot c \cdot a}}{4 \cdot c+5 \cdot a+6 \cdot b}} \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

Veronica Grigore, profesor , Galați

Problema 2. Fie triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$ și $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ și punctele E și D mijloacele laturilor AB, BC . Mediatoarea laturii AB intersectează dreapta BC în punctul P . Punctul F este mijlocul segmentului AP , iar dreptele AD și EP se intersectează în H .

- Să se demonstreze că dreptele BH și AP sunt perpendiculare
- Să se demonstreze că triunghiul DEF este isoscel și să se determine măsurile unghiurilor acestui triunghi.

Problemă selectată de Veronica Grigore, profesor , Galați

Problema 3. a) Se dau numerele $1, 2, 3, 4, \dots, 2019$. Să se găsească cel mai mare număr natural m care are următoarea proprietate: dacă se vor elimina oricare m numere dintre cele date, atunci printre cele $2019 - m$ numere rămase există două numere dintre care unul se divide cu celălalt.

b) Se consideră numărul: $a = \frac{k\sqrt{2} + \sqrt{5}}{1+k}$ unde $k \in \mathbb{N}$. Să se demonstreze că numărul a

poate fi încadrat între doi întregi consecutivi oricare ar fi numărul natural k . Să se determine aceste numere întregi.

Problemă selectată de Veronica Grigore, profesor , Galați