Inspectoratul Școlar al Județului Galați

Societatea de Științe Matematice din România
Filiala Galați

Colegiul Național ”Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galați

Concursul Interjudețean de Matematică ”Cristian S. Calude”
ediția a XX-a
Galați, 2 noiembrie 2019

Clasa a IX -a

Problema 1.

a) Să se demonstreze inegalitatea:

$$\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}\le\frac{(x+y+z)^2}{6\cdot x\cdot y\cdot z},(\forall)x,y,z\in(0,\infty)$$

Florin Antohe,profesor,Galaţi

b) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\left\{\frac{2\cdot x^2+4\cdot x+12}{x^2+4}\right\}\cdot\left[\frac{4\cdot x+4}{x^2+4}\right]=\frac{4\cdot x-x^2}{x^2+4}$ unde $[a],\{a\}$ reprezintă partea întreagă ,respectiv partea fracţionară a numărului $a\in\mathbb{R}$.

Radu-Marius Tătaru, profesor,Galaţi.

Problema 2.

a) Rezolvaţi în $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ sistemul: $\begin{cases} x\cdot(x^4-1)+y\cdot(y^4-1)=2\cdot(x^2\cdot y^2-1) \\ \left|\sqrt{2\cdot(x+1)}-\sqrt{2\cdot(y+1)}\right|+|x+y|=2 \end{cases}$

Traian Tămîian, G.M.

b) Fie $n\in\mathbb{N},n\ge3.$ Determinaţi numerele naturale k pentru care există numerele naturale $a_1,a_2,...,a_n$, diferite două câte două , astfel încât $\frac{1}{a_1^k}+\frac{1}{a_2^k}+...+\frac{1}{a_n^k}=1$.

Dorel Miheţ, profesor, Timișoara

Problema 3.

Fie ΔABC un triunghi iar C_a,C_b,C_c cercurile având ca diametre respectiv medianele triunghiului. Dacă două dintre aceste cercuri sunt tangente cercului înscris în triunghiul ΔABC, demonstraţi că și al treilea cerc este de asemenea tangent cercului înscris.

***