

Inspectoratul Școlar al Județului Galați
 Fundația „Collegium Vasile Alecsandri” Colegiul Național „Vasile Alecsandri”
 Societatea de Științe Matematice din România, filiala Galați

Concursul Județean „Cristian S. Calude”
 Galați
 22 martie 2025



SUBIECT DE TIP



pentru clasa a VIII-a

**problemele au fost selectate de profesorul
 Florin Mihai Antohe
 de la
 Colegiul Național „Vasile Alecsandri” din Galați**

1¹. Rezultatul calculului: $1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$ este:

A	B	C	D	E
44	45	$\sqrt{2024}$	0	Alt răspuns

2⁴. Câte perechi de numere prime (a, b) există, astfel încât suma cuburilor lor să fie egală cu cubul mediei lor aritmetice?

A	B	C	D	E
0	15	3	8	Alt răspuns

3⁵. Fie P un punct interior unui tetraedru regulat $VABC$. Dacă $PA = PB = PC = 10\sqrt{3}$ cm și $VP = 10$ cm, atunci lungimea laturii tetraedrului este:

A	B	C	D	E
$10\sqrt{2}$ cm	$3\sqrt{3}$ cm	$10\sqrt{3}$ cm	$5\sqrt{6}$ cm	Alt răspuns

Răspuns corect $10\sqrt{6}$ cm.

4³. Fie prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ cu $AB = 8$ cm și $AA' = 8\sqrt{3}$ cm. Atunci sinusul unghiului format de dreptele AB și $A'C$ este:

A	B	C	D	E
$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{15}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{5}$	Alt răspuns

5⁴. Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$. Dacă $[a; b] \cap \mathbb{Z} = \{a; b; c\}$ și $a^2 + b^2 - 5b = 9$, atunci $a \cdot b \cdot c$ este:

A	B	C	D	E
24	120	80	60	Alt răspuns

6⁵. În vârful A al pătratului $ABCD$ se ridică perpendiculara AP . Dacă M este piciorul perpendicularei din B pe PC și $AP = AB$, atunci măsura unghiului format de dreapta BM cu planul (POM) , unde O este centrul pătratului $ABCD$ este:

A	B	C	D	E
45°	75°	60°	85°	Alt răspuns

7³. Suma soluțiilor întregi ale ecuației: $\sqrt{x^2 - 20} + \sqrt{45 - x^2} = |2x + 5|$ este:

A	B	C	D	E
-6	0	5	12	Alt răspuns

8³. Suma numerelor a și b astfel încât $\frac{4}{\sqrt{a - \sqrt{8a} + 6} + \sqrt{b - \sqrt{12b} + 7}} \in \mathbb{N}$ este:

A	B	C	D	E
4	8	6	12	Alt răspuns

Răspuns corect 5.

9⁵. În cubul $ABCD A' B' C' D'$, lungimea diagonalei unei fețe este de $10\sqrt{2}$ cm. Punctul M aparține dreptei AB astfel încât A este mijlocul segmentului MB . Tangenta unghiului diedru determinat de planele $(MA' C)$ și (BCB') este:

A	B	C	D	E
$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{7}$	Alt răspuns

10¹. Raportul dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor $a = 4 + \sqrt{15}$ și $b = 4 - \sqrt{15}$ este:

A	B	C	D	E
2	15	8	6	Alt răspuns

Răspuns corect 4.

11². Dacă $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $3a^2 + 3b^2 - 2a - 14b + \frac{46}{3} = 0$, atunci $a + b$ aparține intervalului:

A	B	C	D	E
$[1; 3]$	$[2; 5]$	$\left[\frac{4}{3}; 4\right]$	$\left[\frac{1}{3}; 3\right]$	Alt răspuns

12². Fie $ABCD$ un tetraedru cu $BC = CD$, iar bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle ACD$ și $\sphericalangle BCD$ intersectează laturile AB , AD și BD în M , N , respectiv P . Măsura unghiului format de dreptele CP și MN este:

A	B	C	D	E
75°	80°	100°	110°	Alt răspuns

Răspuns corect 90°.

13¹. Dacă $\frac{1}{\sqrt{xy-1}} = \overline{0,xy}$, atunci suma cifrelor numărului natural \overline{xy} este:

A	B	C	D	E
12	8	16	7	Alt răspuns

14². Fie numerele reale x, y, z pentru care sunt adevărate relațiile:

$x = \sqrt{1-2yz}, y = \sqrt{1-2xz}$ și $z = \sqrt{1-2yx}$. Atunci $x + y + z$ este egal cu:

A	B	C	D	E
1	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{3}$	Alt răspuns

15³. Dacă $a \in (0; +\infty)$ și $b \in (0; +\infty)$ astfel încât $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b+2}$, atunci $\frac{\sqrt{ab+1}}{a+b+1}$ este:

A	B	C	D	E
1	7	3	2025	Alt răspuns

16¹. Dacă ariile a trei fețe alăturate dintr-un paralelipiped dreptunghic au valorile 20 cm^2 , 15 cm^2 și 12 cm^2 , atunci lungimea diagonalei acestui paralelipiped este:

A	B	C	D	E
$2\sqrt{5} \text{ cm}$	$3\sqrt{2} \text{ cm}$	$7\sqrt{2} \text{ cm}$	$6\sqrt{2} \text{ cm}$	Alt răspuns

Răspuns corect $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

17⁴. Valoarea maximă a expresiei $E(x) = \frac{5x^2 + 10\sqrt{3}x + 23}{x^2 + 2\sqrt{3}x + 4}$, $x \in \mathbb{R}$ este:

A	B	C	D	E
8	12	10	15	Alt răspuns

18⁵. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată, $AC \cap BD = \{O\}$ și $P, Q \in VO$. Dacă $AP \cap CV = \{E\}$, $CP \cap AV = \{F\}$, $BQ \cap DV = \{S\}$ și $DQ \cap BV = \{T\}$, atunci măsura unghiului determinat de dreptele EF și ST este egală cu:

A	B	C	D	E
110°	75°	80°	90°	Alt răspuns

19². Fie $E(x) = \frac{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2x) + 1}{x + 1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Atunci $E(\sqrt{11}) \cdot E(-\sqrt{11})$ este egal cu:

A	B	C	D	E
111	-1000	-111	1111	Alt răspuns

20⁴. Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ și $C' C = 2 \text{ cm}$. M, N, P, Q sunt mijloacele laturilor $D' C'$, BC , $A' D'$, respectiv DC . Atunci măsura unghiului format de dreptele MN și PQ este :

A	B	C	D	E
45°	60°	75°	90°	Alt răspuns