

Concursul Județean „Cristian S. Calude”
Galați
22 martie 2025



SUBIECT DE TIP



pentru clasa a **VIII-a**

problemele au fost selectate de profesorul
Florin Mihai Antohe
de la
Colegiul Național „Vasile Alecsandri” din Galați

[1¹]. Dacă $\frac{1}{\sqrt{xy-1}} = \overline{0,xy}$, atunci suma cifrelor numărului natural \overline{xy} este:

A	B	C	D	E
12	8	16	7	Alt răspuns

[2²]. Dacă $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $3a^2 + 3b^2 - 2a - 14b + \frac{46}{3} = 0$, atunci $a + b$ aparține intervalului:

A	B	C	D	E
[1;3]	[2;5]	$\left[\frac{4}{3}; 4\right]$	$\left[\frac{1}{3}; 3\right]$	Alt răspuns

[3⁵]. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată, $AC \cap BD = \{O\}$ și $P, Q \in VO$. Dacă $AP \cap CV = \{E\}$, $CP \cap AV = \{F\}$, $BQ \cap DV = \{S\}$ și $DQ \cap BV = \{T\}$, atunci măsura unghiului determinat de dreptele EF și ST este egală cu:

A	B	C	D	E
110°	75°	80°	90°	Alt răspuns

[4¹]. Dacă ariile a trei fețe alăturate dintr-un paralelipiped dreptunghic au valorile 20 cm^2 , 15 cm^2 și 12 cm^2 , atunci lungimea diagonalei acestui paralelipiped este:

A	B	C	D	E
$2\sqrt{5} \text{ cm}$	$3\sqrt{2} \text{ cm}$	$7\sqrt{2} \text{ cm}$	$6\sqrt{2} \text{ cm}$	Alt răspuns

Răspuns corect $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

5¹. Raportul dintre media aritmetică și media geometrică a numerelor $a = 4 + \sqrt{15}$ și $b = 4 - \sqrt{15}$ este:

A	B	C	D	E
2	15	8	6	Alt răspuns

Răspuns corect 4.

6⁴. Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm și $C' C = 2$ cm. M, N, P, Q sunt mijloacele laturilor $D' C', BC, A' D',$ respectiv DC . Atunci măsura unghiului format de dreptele MN și PQ este :

A	B	C	D	E
45°	60°	75°	90°	Alt răspuns

7¹. Rezultatul calculului: $1 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024} + \sqrt{2025}}$ este:

A	B	C	D	E
44	45	$\sqrt{2024}$	0	Alt răspuns

8⁴. Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$. Dacă $[a; b] \cap \mathbb{Z} = \{a; b; c\}$ și $a^2 + b^2 - 5b = 9$, atunci $a \cdot b \cdot c$ este:

A	B	C	D	E
24	120	80	60	Alt răspuns

9³. Fie prisma triunghiulară regulată $ABCA' B' C'$ cu $AB = 8$ cm și $AA' = 8\sqrt{3}$ cm. Atunci sinusul unghiului format de dreptele AB și $A' C$ este:

A	B	C	D	E
$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}}{4}$	$\frac{\sqrt{15}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{5}$	Alt răspuns

10⁴. Câte perechi de numere prime (a, b) există, astfel încât suma cuburilor lor să fie egală cu cubul mediei lor aritmetice?

A	B	C	D	E
0	15	3	8	Alt răspuns

11³. Dacă $a \in (0; +\infty)$ și $b \in (0; +\infty)$ astfel încât $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b+2}$, atunci $\frac{\sqrt{ab+1}}{a+b+1}$ este:

A	B	C	D	E
1	7	3	2025	Alt răspuns

12⁵. În vârful A al pătratului $ABCD$ se ridică perpendiculara AP . Dacă M este piciorul perpendicularei din B pe PC și $AP = AB$, atunci măsura unghiului format de dreapta BM cu planul (POM) , unde O este centrul pătratului $ABCD$ este:

A	B	C	D	E
45°	75°	60°	85°	Alt răspuns

13⁴. Valoarea maximă a expresiei $E(x) = \frac{5x^2 + 10\sqrt{3}x + 23}{x^2 + 2\sqrt{3}x + 4}, x \in \mathbb{R}$ este:

A	B	C	D	E
8	12	10	15	Alt răspuns

14². Fie $E(x) = \frac{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2x) + 1}{x + 1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Atunci $E(\sqrt{11}) \cdot E(-\sqrt{11})$ este:

A	B	C	D	E
111	-1000	-111	1111	Alt răspuns

15⁵. Fie P un punct interior unui tetraedru regulat $VABC$. Dacă $PA = PB = PC = 10\sqrt{3}$ cm și $VP = 10$ cm, atunci lungimea laturii tetraedrului este:

A	B	C	D	E
$10\sqrt{2}$ cm	$3\sqrt{3}$ cm	$10\sqrt{3}$ cm	$5\sqrt{6}$ cm	Alt răspuns

Răspuns corect $10\sqrt{6}$ cm.

16³. Suma numerelor a și b astfel încât $\frac{4}{\sqrt{a - \sqrt{8a} + 6} + \sqrt{b - \sqrt{12b} + 7}} \in \mathbb{N}$ este:

A	B	C	D	E
4	8	6	12	Alt răspuns

Răspuns corect 5.

17³. Suma soluțiilor întregi ale ecuației: $\sqrt{x^2 - 20} + \sqrt{45 - x^2} = |2x + 5|$ este:

A	B	C	D	E
-6	0	5	12	Alt răspuns

18². Fie $ABCD$ un tetraedru cu $BC = CD$, iar bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle ACB$, $\sphericalangle ACD$ și $\sphericalangle BCD$ intersectează laturile AB , AD și BD în M , N , respectiv P . Măsura unghiului format de dreptele CP și MN este:

A	B	C	D	E
75°	80°	100°	110°	Alt răspuns

Răspuns corect 90° .

19². Fie numerele reale x, y, z pentru care sunt adevărate relațiile:

$x = \sqrt{1 - 2yz}$, $y = \sqrt{1 - 2xz}$ și $z = \sqrt{1 - 2yx}$. Atunci $x + y + z$ este egal cu:

A	B	C	D	E
1	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{3}$	Alt răspuns

20⁵. În cubul $ABCD A' B' C' D'$, lungimea diagonalei unei fețe este de $10\sqrt{2}$ cm. Punctul M aparține dreptei AB astfel încât A este mijlocul segmentului MB . Tangenta unghiului diedru determinat de planele $(MA'C)$ și (BCB') este:

A	B	C	D	E
$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{7}$	Alt răspuns