Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

22 februarie 2015

Clasa a V-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. problemei	Soluţie, rezolvare	Punctaj
1.	a). $5^4 = 12^2 + 16^2 + 15^2 = 9^2 + 12^2 + 20^2$.	3p
	b). $5^{2n+4} = 5^{2n} \cdot 5^4 =$	1p
	$5^{2n} \cdot \left(12^2 + 16^2 + 15^2\right) =$	1p
	$5^{2n} \cdot 12^2 + 5^{2n} \cdot 16^2 + 5^{2n} \cdot 15^2 =$	1p
	$\left(5^n \cdot 12\right)^2 + \left(5^n \cdot 16\right)^2 + \left(5^n \cdot 15\right)^2$.	1p
2.	$\left.\begin{matrix} x = 3^{2014} \cdot 5^{2014} \cdot 5 + 2 = 15^{2014} \cdot 5 + 2 \\ y = 3^{2014} \cdot 3 \cdot 5^{2014} + 2 = 15^{2014} \cdot 3 + 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x > y;$	3p
	$\left.\begin{matrix} x > y \Rightarrow x^{2014} > y^{2014} \\ x^{2015} = x^{2014} \cdot x \Rightarrow x^{2015} > x^{2014} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x^{2015} > y^{2014}$.	2p
	$x + y = 15^{2014} \cdot 5 + 2 + 15^{2014} \cdot 3 + 2 =$	1p
	$15^{2014} \cdot 8 + 4 =$ $4 \cdot \left(15^{2014} \cdot 2 + 1\right) \Rightarrow (x+y) \vdots 4$.	1p
3.	Dacă numărul gâştelor este x , atunci numărul curcilor este $5 \cdot x$, iar numărul porumbeilor este $80 - 6 \cdot x$.	2p
	Pentru cele $5 \cdot x$ curci, am primit $6 \cdot x$ gâşte.	2p
	După acest schimb am $7 \cdot x$ gâşte pentru care primesc la schimb $11 \cdot x$ porumbei.	1p
	Aşadar, $11 \cdot x + 80 - 6x = 100 \Leftrightarrow 5 \cdot x = 20 \Leftrightarrow x = 4$.	1p
	Am plecat de acasă cu 4 gâşte, 20 curci şi 56 porumbei.	1p

4.	a). $\left.\begin{array}{l} n^2+n+2013=n\cdot(n+1)+2013 \\ n\cdot(n+1) \text{ este număr par (produs de numere consecutive)} \\ 2013 \text{ este număr impar} \end{array}\right\} \Rightarrow$ $n^2+n+2013$ este număr impar(1)	**2p**
	$1+2+3+...+2015=2015\cdot 2016:2=2015\cdot 1008=$ număr par(2) Din (1) şi (2) $\Rightarrow$ A=$\varnothing$.	**1p**
	b). Fie $n\neq 0$ $u\left(2016^n+2015^n\cdot 2017+2017\right)=u(6+5+7)=8$ (1) $u\left(a^2+2010\right)=u\left(a^2\right)\neq 8$ (2) Din (1) şi (2) $\Rightarrow E\cap F=\varnothing$.	**1p** **1p**
	Dacă $n=0 \Rightarrow x=4035 \Rightarrow E=\{4035\}$; $4035\in F$ dacă ecuaţia $a^2+2010=4035$ are soluţii în mulţimea numerelor naturale $a^2+2010=4035 \Rightarrow a^2=2025 \Rightarrow a=45\in\mathbb{N}$; $a=45 \Rightarrow y=4035$ $E\cap F=\{4035\}$.	**1p** **1p**