Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

22 februarie 2015
Clasa a IX-a

Problema 1.

Şirul de numere reale verifică relaţiile: $x_1 = 2,\ x_1 + x_2 + ... + x_n = \frac{x_n \cdot (n+2)}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Să se determine x_n.

Problema 2.

Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia:

$$\left[\frac{1}{1-x}\right] + \left[\frac{4-x}{3\cdot(1-x)}\right] + \left[\frac{5-2\cdot x}{3\cdot(1-x)}\right] = \frac{3}{1-[x]}.$$

Problema 3.

Fie $a_1, a_2, ..., a_n$ numere reale strict pozitive, $n \in \mathbb{N},\ n \geq 2$. Să se demonstreze că:

$$\frac{n\cdot a_1 + 4}{n^2 \cdot (a_2 + a_3 + ... + a_n)} + \frac{n\cdot a_2 + 4}{n^2 \cdot (a_1 + a_3 + ... + a_n)} + \frac{n\cdot a_3 + 4}{n^2 \cdot (a_1 + a_2 + a_4 + ... + a_n)} + ...$$
$$... + \frac{n\cdot a_n + 4}{n^2 \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{n-1})} \geq \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n + 4}{(n-1)\cdot(a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n)}.$$

Problema 4.

Se consideră triunghiul *ABC* şi punctele *M, N, P, Q* cu proprietăţile

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{MB},\ \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}\cdot\overrightarrow{NC},\ \overrightarrow{BP} = 3\cdot\overrightarrow{BN}$, iar $CM \cap AP = \{Q\}$.

Să se determine valoarea raportului $\frac{CQ}{CM}$.