

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

22 februarie 2015

Clasa a V-a

Problema 1.

- a). Să se scrie numărul natural 5^4 ca suma a trei numere naturale pătrate perfecte.
- b). Să se demonstreze că numărul natural 5^{2n+4} se scrie ca suma a trei numere naturale pătrate perfecte, oricare ar fi numărul natural n .

Problema 2.

Fie numerele naturale $x = 3^{2014} \cdot 5^{2015} + 2$ și $y = 3^{2015} \cdot 5^{2014} + 2$.

- a) Să se compare numerele x^{2015} și y^{2014} . (*justificați*)
- b) Să se demonstreze că $(x + y) : 4$.

Problema 3.

Astăzi am fost la piața de păsări cu porumbei, găște și curci, în total 80 de păsări, numărul curcilor fiind de cinci ori numărul găștelor. Pentru 5 curci am primit la schimb 6 găște, iar pentru 7 găște am primit la schimb 11 porumbei. După schimb, am plecat acasă cu 100 de păsări, numai porumbei. Cu câți porumbei, cu câte găște și cu câte curci am plecat de acasă?

Problema 4.

a). Să se determine mulțimea $A = \{n \in \mathbb{N}^* / n^2 + n + 2013 = 1 + 2 + 3 + \dots + 2015\}$

b). Fie mulțimile:

$$E = \{x / x = 2016^n + 2015^n \cdot 2017 + 2017, n \in \mathbb{N}\}$$

$$F = \{y / y = a^2 + 2010, a \in \mathbb{N}\}$$

Să se calculeze $E \cap F$.