Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

22 februarie 2015

Clasa a VI-a

Problema 1.

Se consideră punctele distincte *A, B, C, D* astfel încât punctul *B* este mijlocul segmentului (AC) şi punctul C este mijlocul segmentului (BD). Să se demonstreze că:

a). $BC = \frac{AC+BD}{4}$

b). $\frac{1}{AC}+\frac{1}{BD}<\frac{4}{AD}$.

Problema 2.

Fie $[OB \subset Int(\measuredangle AOD), [OC \subset Int(\measuredangle BOD)$ şi $[OM$, $[ON$, $[OP$, $[OQ$, $[OR$, respectiv bisectoarele unghiurilor $\measuredangle AOB$, $\measuredangle BOC$, $\measuredangle AOC$, $\measuredangle COD$, $\measuredangle AOD$. Aflaţi măsura unghiului $\measuredangle AOB$ ştiind că diferenţa dintre măsurile unghiurilor $\measuredangle ROQ$ şi $\measuredangle MOP$ este de 15^0.

Problema 3.

a). Să se determine numerele naturale $x, y, z, t,$ ştiind că îndeplinesc simultan condiţiile:

1. $x+y+z\cdot t=2015$
2. $\frac{x+y}{z\cdot t}=\frac{1}{4}$
3. $(x,y)=31$
4. $[z,t]=806$

b). Notând *(x, y, z, t)* o soluţie, să se calculeze numărul de soluţii care îndeplinesc simultan condiţiile date la punctul a).

Problema 4 .

a). Să se efectueze:

$$165:15;\quad 1665:15;\quad 16665:15;\quad \underbrace{1666...65}_{n\ cifre\ \text{de}\ 6}:15.$$

b). Să se rezolve în mulţimea numerelor naturale ecuaţia:

$$\left[\left(\frac{2}{5}+\frac{22}{55}+...+\frac{\overbrace{22...2}^{2015cifre}}{\underbrace{55...5}_{2015cifre}}\right):\frac{2}{5}-\frac{\overbrace{166...65}^{2015cifre6}}{\underbrace{500...0}_{2015cifre0}}:\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{50}+...+\frac{1}{\underbrace{500...0}_{2015cifre0}}\right)\right]^n\left(\frac{\frac{1}{11}+\frac{1}{101}+...+\frac{1}{\underbrace{100...01}_{2015cifre0}}}{\frac{1}{22}+\frac{1}{202}+...+\frac{1}{\underbrace{200...02}_{2015cifre0}}}\right)^{n+1}=8000$$