Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

22 februarie 2015
Clasa a VII-a

Problema1.a) Să se compare numerele reale a și b, știind că :

$$a=\sqrt{3^{2015}-2\cdot 3^{2014}-2\cdot 3^{2013}-...-2\cdot 3-2}-\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2}-\left|\sqrt{5}-3\right|$$

$$b=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}.$$

b) Arătaţi că $\frac{1}{2\cdot\sqrt{3}}+\frac{1}{2\cdot\sqrt{5}}=\frac{1}{5\cdot\sqrt{3}-3\cdot\sqrt{5}}$.

Problema 2. Fie $ABCD$ un trapez isoscel $\left(AB \parallel CD\right)$ cu diagonalele perpendiculare. Notăm cu E şi F mijloacele laturilor neparalele şi $AC\cap BD=\{O\}$. Ştiind că $EF=4$ cm şi că perimetrul trapezului $ABCD$ este egal cu 20 cm, determinaţi:

a) perimetrul triunghiului ΔOEF .
b) aria trapezului.

Problema 3.

a) Să se determine cifrele a şi b, unde $a\notin\{0,9\}$, pentru care numărul raţional $\overline{a,(ba)}+\overline{b,(ab)}+\overline{a,b(a)}$ se poate scrie ca fracţie zecimală finită.

b) Fie $x\neq-1,\ y\neq-2,\ z\neq-3$ numere raţionale, astfel încât $\frac{2015}{x+1}+\frac{2015}{y+2}+\frac{2015}{z+3}=2014$. Calculaţi $\frac{x-1}{x+1}+\frac{y}{y+2}+\frac{z+1}{z+3}$.

Problemă 4. Fie ΔABC un triunghi oarecare şi punctele $M\in\left(BC\right)$, $N\in\left(AC\right)$, $P\in\left(AB\right)$ astfel încât $BM=MC,\ AN=2\cdot NC$ şi $AP=3\cdot PB$. Dacă T este mijlocul lui $\left(AC\right)$ şi R simetricul lui M faţă de N, demonstraţi că punctele P,T,R sunt coliniare