Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_şt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numărul real x, știind că numerele $x+2$, 7 și $2x$ sunt în progresie aritmetică.

5p **2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2-2(m-1)x+2m^2-2m=0$. Determinați numărul real m, $m\neq 0$, $m\neq 1$ pentru care $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x}=125\cdot 5^{-x}$.

5p **4.** Determinaţi probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu două elemente ale mulțimii $M=\{1, 2, 3, \ldots, 10\}$, aceasta să conțină elementul 10.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,3)$ și $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care punctele A, B și C sunt coliniare.

5p **6.** Arătați că $2\sqrt{2}\,\mathrm{tg}\,x+1=0$, știind că $\sin x=\frac{1}{3}$ și $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}\frac{x+1}{2} & \frac{x-1}{2}\\ \frac{x-1}{2} & \frac{x+1}{2}\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(3))$.

5p **b)** Demonstrați că $\det(A(x))\cdot\det(A(y))=\det(A(xy))$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Demonstrați că $\det(A(1)+A(2)+\ldots+A(n))=n\left(\det(A(1))+\det(A(2))+\ldots+\det(A(n))\right)$, pentru orice număr natural nenul n.

2. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 8\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Calculați $A-B$.

5p **b)** Arătați că $(A+I_2)\cdot(B-I_2)=6\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & 0\end{pmatrix}$.

5p **c)** Demonstrați că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X\cdot A=A\cdot X$ și $X\cdot B=B\cdot X$, atunci $X\cdot Y=Y\cdot X$, pentru orice $Y\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+ax+6}{x+1}$, unde a este număr real.

5p **a)** Pentru $a=7$, calculaţi $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$.

5p **b)** Determinaţi numărul real a, pentru care dreapta de ecuaţie $y=x+2$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că, oricare ar fi numărul real a, funcția f **nu** admite asimptotă orizontală spre $+\infty$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2mx}{2-x}, & x\in(-\infty,-2)\\ 2x+4-m, & x\in[-2,+\infty)\end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Demonstrați că funcţia f este continuă pe $\mathbb{R}$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Pentru $m=1$, rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x)=0$.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)$.