Problema 1 a) $(45 \times 5 - 504 : 9 + 1) \times 13 - 2021 =$

$= (225 - 56 + 1) \times 13 - 2021 =$

$= 170 \times 13 - 2021 = 2210 - 2021 = 189$

b) $[(45 \times 5 - 504 : 9 + 1) \times 13 - 2021] : 27 + 3 \times a = 272 : 17$

$189 : 27 + 3 \times a = 16$

$7 + 3 \times a = 16$

$3 \times a = 9$

$a = 9 : 3$

$a = 3$

c) $537 < \overline{5a7} \Rightarrow a \geq 4$

$\overline{5a7} < \overline{54b} \Rightarrow a \leq 4$ și $b \geq 8$

$\overline{54b} < 549 \Rightarrow b \leq 8$

Deci, $a = 4$ și $b = 8 \Rightarrow \overline{ab} = 48$

Răspunsuri: a) 189

b) $a = 3$

c) $\overline{ab} = 48$

Problema 2 Formăm grupe cu 4 grinzi de fag și o grindă de stejar, deci o grupă are $4 \times 25 + 1 \times 29 = 129$ kg

Presupunem că toate grinzile sunt de brad, deci ele cântăresc $137 \times 23 = 3151$ kg, iar o grupă cântărește $5 \times 23 = 115$ kg.

Diferența totală $3487 - 3151 = 336$ kg și diferența pe grupă este $129 - 115 = 14$ kg.

Prin urmare, avem $336 : 14 = 24$ de grupe, de unde deducem că sunt 24 grinzi de stejar și $24 \times 4 = 96$ grinzi de fag. Deci, $137 - 24 - 96 = 17$ grinzi de brad.

Problema 3 –

A+B = 800 : 2 = 400 (în fiecare la final)

A	B
$A - A:7\times2 = A_1$	$B + A:7\times2 = B_1$
$A_1 + B_1:5 = A_2$	$B_1 - B_1:5 = B_2$
$A_2 - A_2:2 = A_3$	$B_2 + A_2:2 = B_3$
$A_3 + A_3:3 = 400$	$B_3 - A_3:3 = 400$

REZOLVARE

$400:4 = 100\ (A_3:3)$
$100\times3 = 300\ (A_3)$
$300\times2 = 600\ (A_2)$
$600:2 = 300\ (A_2:2)$
$600-50 = 550\ (A_1)$
$550:5 = 110\ (A_1:7)$
$110\times2 = 220\ (A_1:7\times2)$
$110\times7 = 770\ (A$

$400+100 = 500\ (B_3)$
$500-300 = 200\ (B_2)$
$200:4 = 50\ (B_1:5)$
$50\times5 = 250\ (B_1)$
$250-220 = 30\ (B)$

a). 300 bile în prima cutie după a treia operație

b). 30 bile în a doua cutie la început

Problema 3

Pasul	Operația efectuată	C_1	C_2	Rezolvare
Final		400	400	$C_1 = C_2 = 800 : 2 = 400$ bile
P IV	$C_2 \xrightarrow{\frac{1}{3} \text{ din } C_1} C_1$	După P4: 400	400	C_1 ⊢⊢⊢⊢ } 400 $\frac{1}{3}C_1$ ⊢
		Înainte P4: 300	500	$C_1 = 400 : 4 \times 3 = 300$ $C_2 = 800 - 300 = 500$
P III	$C_1 \xrightarrow{\frac{1}{2} \text{ din } C_1} C_2$	După P3: 300	500	C_1 ⊢⊢⊢ ⋯ 300 $\frac{1}{2}C_1$
		Înainte P3: 600	200	$C_1 = 300 \times 2 = 600$ $C_2 = 800 - 600 = 200$
P II	$C_2 \xrightarrow{\frac{1}{5} \text{ din } C_2} C_1$	După P2: 600	200	C_2 ⊢⊢⊢⊢ ⋯ 600 $\frac{1}{5}C_2$
		Înainte P2: 550	250	$C_2 = 200 : 4 \times 5 = 250$ $C_1 = 800 - 250 = 550$
P I	$C_1 \xrightarrow{\frac{2}{7} \text{ din } C_1} C_2$	După P1: 550	250	C_1 ⊢⊢⊢⊢⊢ ⋯ 550 $\frac{2}{7}C_1$
		Înainte P1: 770	30	$C_1 = 550 : 5 \times 7 = 770$ $C_2 = 800 - 770 = 30$
Inițial		770	30	

Răspuns: a) 300 bile
b) 30 bile

Problema 4

Linia	c_1	c_2	c_3	Suma numerelor
L_1	13	5	9	27
L_2	13	17	9	39
L_3	13	17	21	51
L_4	25	17	21	63
L_5	25	29	21	75
L_6	25	29	33	87
L_7	37	29	33	99
L_8	37	41	33	111
L_9	37	41	45	123
L_{10}	49	41	45	135
L_{11}	49	53	45	147
L_{12}	49	53	57	159
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$L_?$				2019

a) $\underbrace{27, 39, 51, \ldots, 2019}_{?}$

$(2019 - 27) : 12 + 1 = 1992 : 12 + 1 = 166 + 1 = 167$

b) Pe coloana a 3-a avem numerele 9, 21, 33, 45, 57, ... (numere distincte), adică numere care împărțite la 12 dau restul 9.
Care este suma numerelor de linia 200?

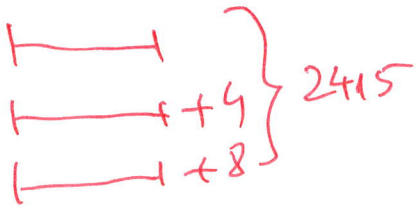
$\underbrace{27, 39, 51, \dots, x}_{200 \text{ de numere}}$

$(x-27):12+1=200$

$(x-27):12=199$

$x=199\times 12+27$

$x=2415$



$1 \text{ segment} = (2415-4-8):3 = 801$

Numerele de pe linia 200 sunt 801, 805 și 809

Observăm că $801:12 = 66$ rest 9 deci 801 se află pe coloana a 3-a și linia 200.

c) $2021:12 = 168$ rest $5 \Rightarrow$ 2021 se află pe coloana a 2-a

Numerele de coloana a 2-a (distincte) sunt:

$\underbrace{17, 29, 41, \dots, 2021}_{?}$

$(2021-17):12+1 = 167+1 = 168$

$168\times 3+1 = 505$

Răspunsuri a) 167
b) 801
c) L_{505} și C_2

Problema 1

a) 2p pentru fiecare înmulțire / împărțire
1p pentru fiecare adunare / scădere
1p finalizare

b) Inițiere șancalan 3p
Finalizare ——— 7p

c) Determinarea lui $\underline{a}$ 5 puncte
Determinarea lui $\underline{b}$ 4 puncte
Finalizare 1 punct.

Problema 2 a) Formarea grupelor 3p
Alegerea metodei 2p
(falsa ipoteză)

Diferența totală 2p
Diferența pe grupe 2p
Determinarea numărului de grupe 2p
Finalizare 4p

b) Finalizare 5 puncte.

Problema 3 — Barem

b) Completarea tabelului – 5 puncte
2 puncte pentru fiecare pas rezolvat corect – 8 puncte
Finalizare 2 puncte

a) 5 puncte.

Problema 4

a) Folosirea sumelor de pe linii --- 2p
Finalizare - - - - - - - - - - 3p

b) Determinarea sumei de pe linia 200 - - - 4p
Determinarea numerelor de pe linia 200 - - - 4p
Finalizare - - - - - - - - - - - - 2p

c) Determinarea numărului coloanei - - - - 2p
Determinarea numărului liniei - - - - 3p