

Test de admitere în clasa a V-a la Colegiul Național „Vasile Alecsandri” Galați
Sesiunea iunie 2015

Varianta 2

Problema 1 (30 puncte = 3×10 puncte)

a) Să se calculeze $[16 - (4 + 2 \times 3)] : 6$.

b) Să se determine numărul natural a din egalitatea:

$$a \times 3 + [16 - (4 + 2 \times 3)] : 6 = 10.$$

c) Determinați câte numere de două cifre dau câtul egal cu restul la împărțirea cu 5.

Problema 2 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

Un turist a parcurs un traseu în 4 zile. În prima zi a parcurs jumătate din drum și încă 5 km. A doua zi a parcurs jumătate din cât mai avea și încă 5 km, în a treia zi jumătate din ce i-a mai rămas și încă 5 km, iar în a patra zi ultimii 5 km.

a) Ce lungime are traseul?

b) Cu câți kilometri a parcurs mai mult în prima zi decât în a treia zi?

Problema 3 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

Un aprozar are la vânzare o cantitate totală de 410 de kg fructe formată din mere și pere. Dacă a fost vândută $\frac{3}{4}$ din cantitatea de mere și $\frac{2}{5}$ din cantitatea de pere, atunci în aprozar a rămas o cantitate totală de 190 de kg de fructe.

a) Determinați câte kg de pere a avut inițial aprozarul la vânzare.

b) Dacă 1 kg de mere costă 3 lei și 1 kg de pere costă 5 lei, atunci să se determine ce sumă a încasat aprozarul din vânzarea fructelor.

Problema 4 (20 puncte = 10 puncte pentru a) + 5 puncte pentru b) + 5 puncte pentru c))

Pe ecranul unui calculator, într-un tabel sunt scrise numerele 3, 0, 1, 2 iar la fiecare pas se mărește cu 4 cel mai mic număr din linia respectivă:

Numere inițiale	3	0	1	2
Pasul 1	3	4	1	2
Pasul 2	3	4	5	2
Pasul 3	3	4	5	6
Pasul 4	7	4	5	6
Pasul 5	7	8	5	6
Pasul 6	7	8	9	6
Pasul 7	7	8	9	10
Pasul 8	11	8	9	10
.....				

a) Ce număr are pasul pe a cărui linie suma celor 4 numere este 4006 ?

b) Să se determine numărul situat pe coloana a treia din pasul 2015 .

c) Să se calculeze suma numerelor de pe coloana 1 până la pasul 100 inclusiv.

Notă. Toate problemele sunt obligatorii.
Se acordă 10 puncte din oficiu.

Soluții.

Problema 1.

$$\begin{aligned} \text{a) } & [16 - (4 + 2 \times 3)] : 6 = \\ & = [16 - (4 + 6)] : 6 = \\ & = (16 - 10) : 6 = \\ & = 6 : 6 = \\ & = 1 \end{aligned}$$

Avem 5 operații și se acordă câte 2 puncte pentru fiecare operație.

$$\begin{aligned} \text{b) } & a \times 3 + [16 - (4 + 2 \times 3)] : 6 = 10 \\ & a \times 3 + 1 = 10 \\ & a \times 3 = 9 \\ & a = 9 : 3 \\ & a = 3 \end{aligned}$$

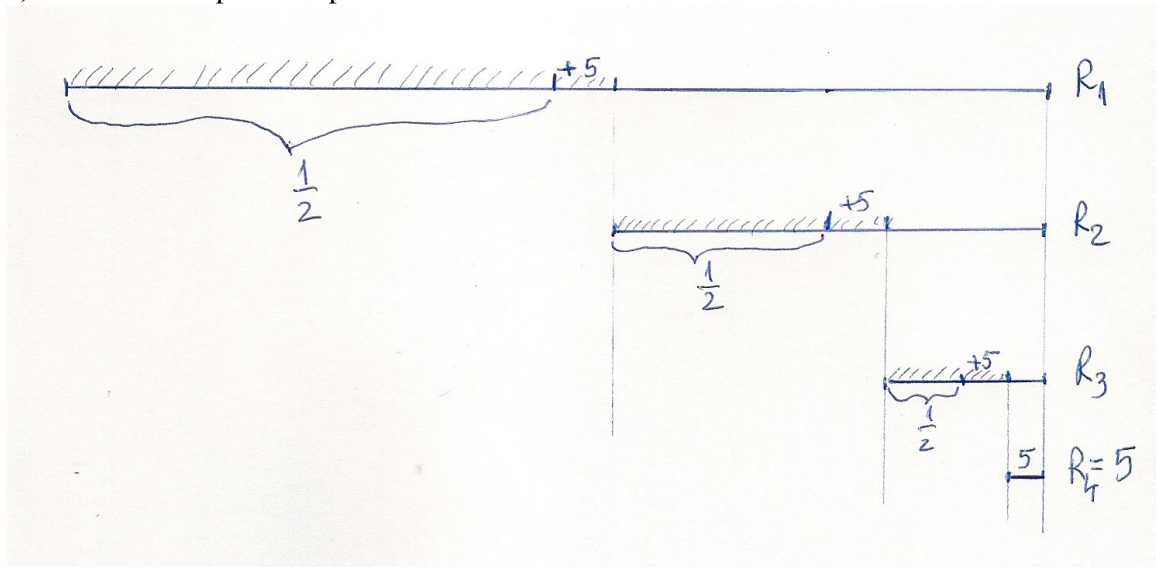
Avem 4 operații și se acordă câte 3 puncte pentru primele două operații și câte 2 puncte pentru celelalte două operații.

$$\begin{aligned} \text{c) } & \text{Notăm cu } x \text{ numărul căutat.} \\ & \text{Avem că } x = 5 \times c + r, \text{ unde } r = 0, 1, 2, 3 \text{ sau } 4. \quad (2 \text{ puncte}) \\ & \text{Din ipoteză } c = r. \text{ Deci, } x = 5 \times r + r \\ & \qquad \qquad \qquad x = 6 \times r \quad (1 \text{ punct}) \end{aligned}$$

Prin urmare, $x = 6 \times 0 = 0$, nu convine deoarece nu are două cifre.
 $x = 6 \times 1 = 6$, nu convine deoarece nu are două cifre.
 $x = 6 \times 2 = 12$ (2 puncte)
 $x = 6 \times 3 = 18$ (2 puncte)
 $x = 6 \times 4 = 24$ (2 puncte)
Răspuns: trei numere. (1 punct)

Problema 2 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

a) Desenul corespunzător problemei este următorul:



Se acordă 4 puncte pentru desen

$$R_3 = (5+5) \times 2 = 10 \times 2 = 20 \text{ km} \quad (2 \text{ puncte})$$

$$R_2 = (20+5) \times 2 = 25 \times 2 = 50 \text{ km} \quad (2 \text{ puncte})$$

$$R_1 = (50+5) \times 2 = 55 \times 2 = 110 \text{ km} \quad (2 \text{ puncte})$$

b) În prima zi a parcurs $R_2 - R_1 = 110 - 50 = 60 \text{ km}$ (4 puncte)

În a doua zi a parcurs $R_3 - R_2 = 50 - 20 = 30 \text{ km}$

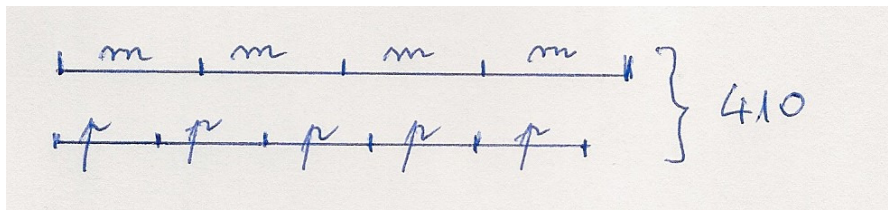
În a treia zi a parcurs $R_4 - R_3 = 20 - 5 = 15 \text{ km}$. (4 puncte)

Răspuns: $60 - 15 = 45 \text{ km}$. (2 puncte)

Problema 3 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

Avem două tipuri de segmente, un tip pentru mere și alt tip pentru pere. Cantitatea corespunzătoare unui segment pentru mere o notăm cu m (parte de mere) și cantitatea corespunzătoare unui segment de pere o notăm cu p (parte de pere).

Pentru situația inițială avem desenul de mai jos:

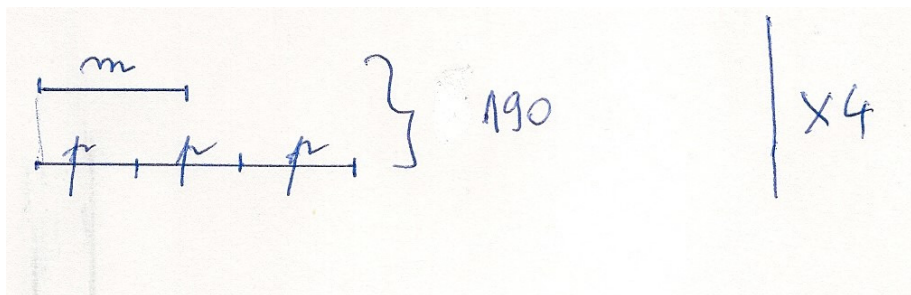


(2 puncte)

Dacă a fost vândută $\frac{3}{4}$ din cantitatea de mere și $\frac{2}{5}$ din cantitatea de pere, atunci în magazin a rămas

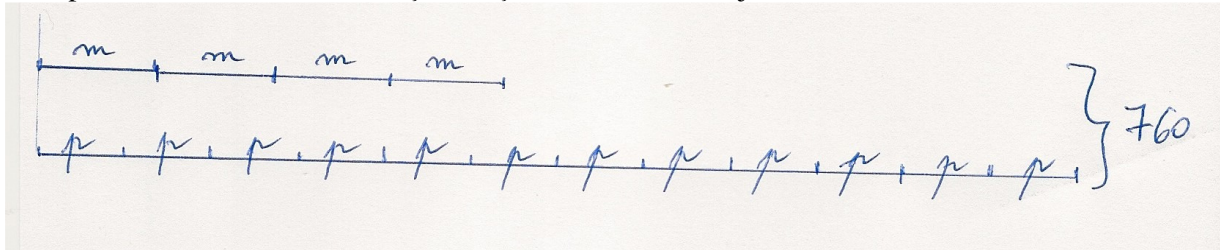
$\frac{1}{4}$ din cantitatea de mere și $\frac{3}{5}$ din cantitatea de pere, ceea ce reprezintă, conform enunțului problemei, 190 kg de fructe.

Desenul corespunzător situației de mai sus este următorul:



(3 puncte)

Pentru a putea compara cantitățile trebuie să avem fie aceeași cantitate de mere ca cea inițială, fie aceeași cantitate de pere ca cea inițială. Pentru aceasta multiplicăm cu 4 cantitățile de fructe corespunzătoare ultimului desen și se obține desenul de mai jos:



(2 puncte)

Comparând situația inițială (primul desen) cu situația de mai sus (al treilea desen), prin diferență, obținem că

12 părți de pere - 5 părți de pere este egală cu $760 - 410 = 350$ kg, deci $7 \times p = 350$, adică o parte de pere este egală $p = 350 : 7 = 50$ kg.

Prin urmare, în aprozar sunt $5 \times 50 = 250$ kg de pere și $410 - 250 = 160$ kg de mere.

Răspuns: a) 250 kg pere

(3 puncte)

b) Aprozarul a vândut $160 : 4 \times 3 = 40 \times 3 = 120$ kg de mere și $250 : 5 \times 2 = 50 \times 2 = 100$ kg de pere

(5 puncte),

deci aprozarul a încasat $120 \times 3 + 100 \times 5 = 360 + 500 = 860$ lei

(4 puncte),

Răspuns: aprozarul a încasat 860 lei. (1 punct),

Problema 4. a)

Dacă avem un șir de numere în care fiecare termen este mai mare decât precedentul cu 4, atunci pentru a determina poziția unui termen în șir împărțim termenii șirului la 4 și urmărim șirul câturilor. Avem următorul tabel:

					Suma numerelor = S	S : 4
Numere inițiale	3	0	1	2	6	$6 : 4 = 1$ rest 2
Pasul 1	3	4	1	2	10	$10 : 4 = 2$ rest 2
Pasul 2	3	4	5	2	14	$14 : 4 = 3$ rest 2
Pasul 3	3	4	5	6	18	$18 : 4 = 4$ rest 2
Pasul 4	7	4	5	6	22	$22 : 4 = 5$ rest 2
Pasul 5	7	8	5	6	26	$26 : 4 = 6$ rest 2
Pasul 6	7	8	9	6	30	$30 : 4 = 7$ rest 2
Pasul 7	7	8	9	10	34	$34 : 4 = 8$ rest 2
Pasul 8	11	8	9	10	38	$38 : 4 = 9$ rest 2

(3 puncte)

Urmărind șirul câturilor observăm că numărul pasului este o unitate mai mic decât câtul împărțirii sumei numerelor la 4. **(3 puncte)**

În cazul nostru $4006 : 4 = 1001 \text{ rest } 2$, de unde deducem că numărul pasului este 1000.

(4 puncte)

b) Observăm că la pașii 3, 7, 11, (numere care împărțite la 4 dau restul 3) numerele de pe linie sunt consecutive și în ordine crescătoare. **(1 punct)**

Pasul 2015 are această proprietate, deoarece $2015 : 4 = 503 \text{ rest } 3$, prin urmare, la pasul 2015 avem patru numere consecutive scrise în ordine crescătoare. **(1 punct)**

Notăm cu x suma celor patru numere de la pasul 2015 și cu a primul număr. Avem că $x : 4 = 2016 \text{ rest } 2$, deci $x = 2016 \times 4 + 2 = 8066$. **(1 punct)**

Cele 4 numere de pe linia 2015 sunt $a, a+1, a+2, a+3$, de unde rezultă că

$$a + (a+1) + (a+2) + (a+3) = 8066$$

$$4 \times a + 6 = 8066$$

$$4 \times a = 8060$$

$$a = 8060 : 4 = 2015$$

(1 punct)

Prin urmare, numerele de la pasul 2015 sunt 2015, 2016, 2017 și 2018, de unde deducem că numărul de pe coloana a treia este 2017. **(1 punct)**

c) Avem că $100 : 4 = 25$, de unde deducem că $99 : 4 = 24 \text{ rest } 3$.

Notăm cu y suma celor patru numere de la pasul 99 și cu b primul număr. Avem că $y : 4 = 100 \text{ rest } 2$, deci $y = 100 \times 4 + 2 = 402$. **(1 punct)**

Cele 4 numere de la pasul 99 sunt $b, b+1, b+2, b+3$, de unde rezultă că

$$b + (b+1) + (b+2) + (b+3) = 402$$

$$4 \times b + 6 = 402$$

$$4 \times b = 396$$

$$b = 396 : 4 = 99$$

Prin urmare, numerele de la pasul 99 sunt 99, 100, 101 și 102, de unde deducem că numerele de la pasul 100 sunt 103, 100, 101 și 102. **(1 punct)**

Pe prima coloană, de la primul număr până la pasul 99 observăm că avem numerele 3, 7, 11, 15,, 99, fiecare termen având 4 apariții.

$$3 : 4 = 0 \text{ rest } 3$$

$$7 : 4 = 1 \text{ rest } 3$$

$$11 : 4 = 3 \text{ rest } 1$$

.....

$$99 : 4 = 24 \text{ rest } 3.$$

Urmărind șirul câturilor observăm că șirul 3, 7, 11, 15,, 99 are 25 de termeni. **(1 punct)**

$$S = 3 + 7 + 11 + \dots + 91 + 95 + 99$$

$$S = 99 + 95 + 91 + \dots + 9 + 5 + 1$$

$$\dots\dots\dots$$
$$2 \times S = \underbrace{102 + 102 + 102 + \dots + 102 + 102 + 102}_{\text{de } 25 \text{ ori}}$$

$$2 \times S = 102 \times 25$$

$$2 \times S = 2550$$

$$S = 2550 : 2$$

$$S = 1275$$

(1 punct)

Răspuns: $4 \times 1275 + 103 = 5100 + 103 = 5203$

(1 punct)