



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București, 18 martie 2017

CLASA a VI-a

Problema 1. Dacă $a_1, a_2, \dots, a_{2017}$ sunt numere naturale nenule, arătați că fracția

$$\frac{9^{2017} - 7 \cdot 3^{2017} + 7}{9^{(a_1+a_2)(a_2+a_3)\dots(a_{2016}+a_{2017})(a_{2017}+a_1)} - 1}$$

este reductibilă.

Problema 2. Se consideră A mulțimea tuturor numerelor naturale de trei cifre \overline{abc} , formate din trei cifre consecutive, nu neapărat în ordine.

- Determinați cardinalul mulțimii A .
- Demonstrați că, oricum am alege câteva elemente din mulțimea A , suma acestora nu poate fi egală cu 2017.

Problema 3. a) Comparați numerele 2^{53} și 3^{35} .

b) Demonstrați că, dacă $5b \geq 3a > 0$, atunci $2^{ab} < 3^{ba}$.

Gazeta Matematică

Problema 4. a) Arătați că, într-un triunghi dreptunghic cu un unghi de 30° , cateta care se opune unghiului de 30° este jumătate din ipotenuză.

b) În interiorul triunghiului ABC cu $m(\sphericalangle A) = 100^\circ$ și $m(\sphericalangle B) = 20^\circ$ se consideră punctul D , astfel încât $m(\sphericalangle DAB) = 30^\circ$ și $m(\sphericalangle DBA) = 10^\circ$. Determinați $m(\sphericalangle ACD)$.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*