



Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

19 februarie 2017

Clasa a VIII-a

Problema 1.

a) Să se demonstreze că $\sqrt{2 \cdot n + 2 + 2 \cdot \sqrt{n \cdot (n+2)}} = \sqrt{n} + \sqrt{n+2}$, $n \in \mathbb{N}$.

b) Se consideră $S = \frac{1}{\sqrt{4+2 \cdot \sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{8+2 \cdot \sqrt{15}}} + \frac{1}{\sqrt{12+2 \cdot \sqrt{35}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot n + 2 + 2 \cdot \sqrt{n \cdot (n+2)}}$,

unde n este număr natural impar.

Să se determine numărul natural n astfel încât $S = \frac{\sqrt{2019} - 1}{2}$.

Mirela Grigore, profesor, Galați

Problema 2.

a) Să se simplifice fracția algebrică $\frac{x^4 + 2 \cdot x^3 - x - 2}{x^3 + 2 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

b) Să se rezolve ecuația $3^{2[x]+[y]} - 4 \cdot 3^{[x]} - 2079 = 0$, $x > 0, y > 0$, unde prin $[x]$ s-a notat partea întreagă a numărului real x .

Mirela Grigore, profesor, Galați

Problema 3.

a) Să se demonstreze că $a^3 + b^3 \geq a^2 \cdot b + a \cdot b^2$, $\forall a, b > 0$.

b) Să se demonstreze că pentru orice numere reale $a, b, c > 0$, cu $a \cdot b \cdot c = 1$, este adevărată inegalitatea:

$$\frac{1}{a^3 + b^3 + 1} + \frac{1}{b^3 + c^3 + 1} + \frac{1}{c^3 + a^3 + 1} \leq 1$$

În ce caz are loc egalitatea ?

Mirela Grigore, profesor, Galați

Problema 4.

În cubul $ABCD A' B' C' D'$ notăm cu M, N, P mijloacele muchiilor $[AB], [B' C']$, respectiv $[D D']$.

Notă: Toate problemele sunt obligatorii

Timp efectiv de lucru 3 ore

Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GALAȚI
Str.Portului Nr.55 B ☎ **0372362000; 0372362001** 📠 **0236319396**
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro



MINISTERUL EDUCAȚIEI
NAȚIONALE ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

- a) Să se demonstreze că $CMNP$ este piramidă triunghiulară regulată.
- b) Să se determine sinusul unghiului format de dreapta CM și planul (MNP) .
- c) Să se determine sinusul unghiului format de planele (MNP) și (MNC) .

Enunț prelucrat al problemei E 15117 din GM 12/ 2016

Mirela Grigore, profesor, Galați

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7