



## Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

16 februarie 2020

Clasa a VII-a

Problema 1.

Să se determine numerele naturale nenule  $a$  și  $b$ ,  $a < b$  pentru care are loc relația :

$$3 \cdot [a, b] + 5 \cdot (a, b) = 123.$$

( S-a notat  $[a, b] = c.m.m.m.c$  al numerelor  $a$  și  $b$ , iar  $(a, b) = c.m.m.d.c$  al numerelor  $a$  și  $b$ ).

*Problemă propusă de Vasile Popa, profesor Galați*

Problema 2.

Fie  $x = (\sqrt{2019} + \sqrt{2020}) \cdot (a \cdot \sqrt{2019} + b \cdot \sqrt{2020})$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$ .

a) Dacă  $x$  este număr rațional, calculați  $a^{2019} + b^{2019}$  și  $a^{2020} - b^{2020}$ .

b) Dacă  $x = -1$ , determinați valorile lui  $a$  și  $b$ .

*Problemă prelucrată de Veronica Grigore, profesor Galați*

Problema 3.

Pe cercul de centru  $O$  și rază  $r$ , se consideră punctele  $A, B, C, D$  în această ordine și  $AD \cap BC = \{N\}$ . Se construiesc perpendicularele în  $C$  și  $D$  pe  $BC$ , respectiv  $AD$  și se notează cu  $M$  punctul lor de intersecție. Dacă  $AP \parallel MC$ ,  $P \in BC$  și  $MN \cap AP = \{Q\}$ , arătați că  $BQ \parallel MD$ .

*Problemă propusă de Dorina Nicoară Andrei, profesor Galați*

Problema 4.

Punctul  $O$  este intersecția mediatoarelor laturilor triunghiului  $ABC$ . Fie punctul  $D$  intersecția dreptei  $AO$  cu segmentul  $BC$ . Știind că  $OD = BD = \frac{1}{3} BC$ , să se afle măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .

*Problemă prelucrată de Veronica Grigore, profesor Galați*

**Notă:** Toate problemele sunt obligatorii  
Timp efectiv de lucru 3 ore  
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7