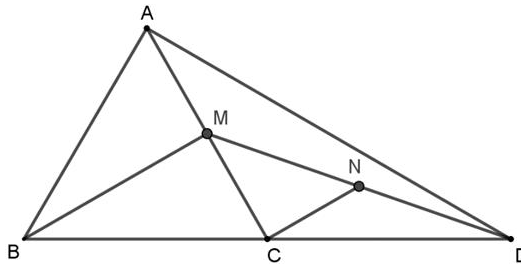


Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală- Galați, 10 februarie 2024
Clasa a VII-a

Barem de notare și evaluare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Nr. Probleme mei	Soluție, rezolvare	Punctaj
1.	<p>a) $1 + 3 + \dots + (2n - 1) = 1 + 2 + \dots + 2n - (2 + 4 + \dots + 2n) = \frac{2n(2n+1)}{2} + 2(1 + 2 + 3 + \dots + n) = \frac{2n(2n+1)}{2} - \frac{2n(n+1)}{2} = n^2$</p> <p>b) $\sqrt{1} = 1, \sqrt{1 + 3 + 5} = 3, \dots, \sqrt{1 + 3 + \dots + (4k + 1)} = \sqrt{1 + 3 + \dots + [2(2k + 1) - 1]} = \sqrt{(2k + 1)^2} = 2k + 1$ $4049 = 4 \cdot 1012 + 1 = 2 \cdot 2025 - 1$, deci $\sqrt{1 + 3 + \dots + 4049} = 2025 = 2 \cdot 1013 - 1$ $A = 1 + 3 + 5 + \dots + (2 \cdot 1013 - 1) = 1013^2$, adică A este pătrat perfect</p>	<p>3p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
2.	<p>a) În membrul stâng sunt 1012 termeni. Ecuația este echivalentă cu: $\frac{x^2+1}{2} - 1 + \frac{x^2+3}{4} - 1 + \frac{x^2+5}{6} - 1 + \dots + \frac{x^2+2023}{2024} - 1 = 0$ $(x^2 - 1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2024} \right) = 0$ De aici $x \in \{-1; +1\}$</p> <p>b) Adunând cele două relații din enunț obținem: $3x + 4y = 12$ $\Rightarrow x \in M_4$ Găsim $x = 4$ și $y = 0$, dar cum $x, y \in \mathbb{N}^*$, nu există x, y numere naturale nenule care să verifice relațiile date.</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
3.	<p>Cum $\triangle ABC$ este echilateral cu $AB = BC = CA = a$ și $BC = CD = a \Rightarrow \triangle ABD$ este dreptunghic cu $\sphericalangle ABD = 60^\circ \Rightarrow AD = a\sqrt{3}$ $BM =$ înălțime în $\triangle ABC$ echilateral $\Rightarrow BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ În $\triangle MBD$ avem CN linie mijlocie $\Rightarrow CN = \frac{BM}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ Obținem $AD = 4 \cdot CN$</p>	<p>3p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>



4.

a)

$O \in AD \Rightarrow AT$ diametru $\Rightarrow \sphericalangle ACT = 90^\circ$, cum $DE \perp AC$ și $CT \perp AC$
 $\Rightarrow DE \parallel CT \Rightarrow DECT$ trapez dreptunghic

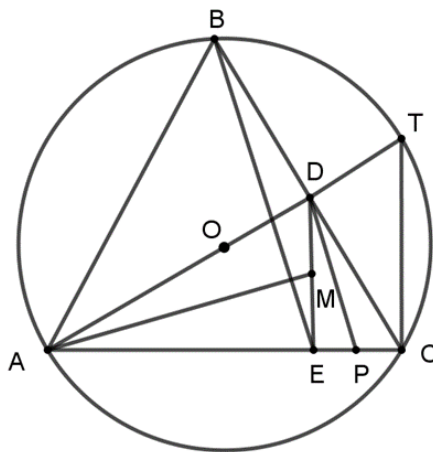
b) $\sphericalangle ABC = \widehat{AC} : 2 = 120^\circ : 2 = 60^\circ$, AD – înălțime $\Rightarrow \sphericalangle BAT = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BT} = 60^\circ$

$\Rightarrow AD$ mediatoarea segmentului $BC \Rightarrow \Delta ABC$ echilateral

Fie $DP \parallel BE$, $P \in CE$, D mijlocul lui $BC \Rightarrow DP$ linie mijlocie în $\Delta BEC \Rightarrow$

P mijlocul lui $CE \Rightarrow PM$ linie mijlocie în $\Delta DEC \Rightarrow MP \parallel DC$, dar $AD \perp BC \Rightarrow MP \perp AD$

cum $DE \perp AC \Rightarrow M$ ortocentrul $\Delta ADP \Rightarrow AM \perp DP \Rightarrow AM \perp BE$



2p
1p
1p
1p

1p
1p