



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală- Galați, 10 februarie 2024
Clasa a VII-a

Problema 1.

a) Să se arate că pentru orice număr natural nenul n are loc egalitatea:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

b) Arătați că numărul

$A = \sqrt{1} + \sqrt{1 + 3 + 5} + \sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + 9} + \dots + \sqrt{1 + 3 + \dots + 4049}$ este pătrat perfect.

Problema 2.

a) Rezolvați ecuația: $\frac{x^2+1}{2} + \frac{x^2+3}{4} + \frac{x^2+5}{6} + \dots + \frac{x^2+2023}{2024} = 1012$.

b) Determinați numerele naturale nenule x și y care verifică relațiile:

$$2 \cdot \left\{ \frac{3x+5}{2} \right\} + 3 \cdot \left[\frac{4y+7}{3} \right] = 3 \cdot \left\{ \frac{4y+7}{3} \right\} + 2 \cdot \left[\frac{3x+5}{2} \right] = 12.$$

Problema 3.

Fie ABC un triunghi echilateral și D simetricul lui B față de C. Notăm cu M mijlocul lui AC și cu N mijlocul lui DM. Arătați că $AD = 4CN$.

GM nr.9 /2023

Problema 4.

Se consideră cercul de centru O în care se înscrie $\triangle ABC$, astfel încât arcul $\widehat{AC} = 120^\circ$, $AD \perp BC$, $D \in BC$, iar punctul O situat pe segmentul AD și $DE \perp AC$, $E \in AC$.

a) Dacă $AD \cap C(O, R) = \{T\}$, arătați că DECT este trapez dreptunghic ;

b) Dacă M este mijlocul segmentului DE, arătați că $AM \perp BE$.

Notă: Timp de lucru: 3 ore

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte