# Olimpiada Naţională de Matematică
# Etapa locală - 15 februarie 2025
# Clasa a VI-a

## Barem de notare şi evaluare

● Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

● Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem**.**

| Nr. problemei | Soluţie, rezolvare | Punctaj |
|---|---|---|
| 1. | $\overline{abc} = 25 \cdot (a+b+c) \Rightarrow \overline{abc} \vdots 25 \Rightarrow b = c = 0 \; sau \; \overline{bc} \in \{25, 50, 75\}$.<br>Dacă $b = c = 0$, atunci $100a = 25a \Rightarrow a = 0$, nu convine.<br>Dacă $\overline{bc} = 25$, atunci $100a + 25 = 25 \cdot (a + 2 + 5) \Rightarrow a = 2$.<br>Dacă $\overline{bc} = 50$, atunci $100a + 50 = 25 \cdot (a + 5 + 0) \Rightarrow a = 1$.<br>Dacă $\overline{bc} = 75$, atunci $100a + 75 = 25 \cdot (a + 7 + 5) \Rightarrow a = 3$.<br>Rezultă $\overline{abc} \in \{225, 150, 375\}$.<br>$225 = 3^2 \cdot 5^2$ are $(2+1) \cdot (2+1) = 9$ divizori.<br>$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$ are $(1+1) \cdot (1+1) \cdot (2+1) = 12$ divizori.<br>$375 = 3 \cdot 5^2$ are $(1+1) \cdot (3+1) = 8$ divizori.<br>Numărul care verifică condițiile este 375. | 1p<br>1p<br><br>1p<br><br>1p<br><br>1p<br>1p<br>1p |
| 2. | Observăm că $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 7 + 49 + 343 + 2401 = 2800$.<br>Numărul $N = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + + \cdots + 7^{2024}$ are 2025 de termeni .<br>$N = 1 + (7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + 7^4(7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + 7^8(7 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + \cdots +$<br>$+7^{2020}(7 + 7^2 + 7^3 + 7^4)$ .<br>$N = 1 + 2800(1 + 7^4 + 7^8 + \cdots + 7^{2020})$.<br>Notez $a = 1 + 7^4 + 7^8 + \cdots + 7^{2020}$ care are 506 termeni.<br>$U(7^{4k}) = 1 \Rightarrow U(a) = 6$.<br>Ultimile 3 cifre ale lui $2800 \cdot a$ sunt 800$\Rightarrow$<br>$\Rightarrow$ ultimile 3 cifre ale lui N sunt 801. | 1p<br>1p<br>1p<br><br>1p<br><br>1p<br>1p<br><br>1p |

| | | |
|---|---|---|
| 3. | Notăm lungimile segmentelor AB = $x$ cm, BC = $y$ cm, CD = $z$ cm, DE = $t$ cm. | |
| | Avem; $\{x, y, z, t\}$ $i.p.\{9, 15, 25, 81\} \Leftrightarrow x \cdot 9 = y \cdot 15 = z \cdot 25 = t \cdot 8 = k \Rightarrow$ | 1p |
| | $\Rightarrow x = \frac{k}{9}; y = \frac{k}{15}; z = \frac{k}{25}; t = \frac{k}{81}.$ | |
| | $x + y + z + t = 466\ cm \Rightarrow k = 2025.$ | 1p |
| | Obținem: $x = \frac{2025}{9} \Leftrightarrow x = 225.$ | 1p |
| | $y = \frac{2025}{15} \Leftrightarrow y = 135.$ | 1p |
| | $z = \frac{2025}{25} \Leftrightarrow z = 81.$ | 1p |
| | $t = \frac{2025}{81} \Leftrightarrow t = 25.$ | 1p |
| | Deci AB = 225 cm, BC = 135 cm, CD = 81 cm, DE = 25 cm. | 1p |
| 4. | a) Presupunem că toate unghiurile au măsurile distincte două câte două. | 1p |
| | Atunci, suma lor minimă este egală cu $1^\circ + 2^\circ + ... + 17^\circ = 17 \cdot 18^\circ : 2 = 17 \cdot 9^\circ = 153^\circ$. Însă | 1p |
| | $153^\circ > 152^\circ$, contradicție! | 1p |
| | Deci, cel puțin două unghiuri sunt congruente. | |
| | b) Notăm cu a măsura unuia dintre cele 5 unghiuri congruente. | 1p |
| | Suma minimă a celorlalte 12 unghiuri este $1^\circ + 2^\circ + ... + 12^\circ = 12 \cdot 13^\circ : 2 = 6 \cdot 13^\circ = 78^\circ$. | 1p |
| | Atunci $5a \le 152^\circ - 78^\circ$, deci $5a \le 74^\circ$, adică $a \le 14^\circ 48'$. | 1p |
| | Deci valoarea maximă a unuia din cele cinci unghiuri este $14^\circ$. | 1p |