

Testul nr. 15

Problema 1 (30 puncte = 3×10 puncte)

- a) Să se calculeze $30 + 5 \times [200 - 5 \times 4 \times (6 - 2)]$
- b) Să se determine numărul natural a din egalitatea:
 $\{7 \times (2 \times a + 4) + 30 + 5 \times [200 - 5 \times 4 \times (6 - 2)]\} : 14 = 50$.
- c) Să se determine numerele naturale a, b știind că $(a + 30) \times b = 60$.

Problema 2 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

Trei cincimi din numărul total de elevi ai unei clase participă la olimpiadele școlare. Din aceștia, jumătate participă la olimpiada de matematică, o treime participă la olimpiada de limba română, iar restul de trei elevi participă la olimpiada de limbă engleză.

- a) Câți elevi sunt în clasă?
- b) De câte ori este mai mic numărul participanților la engleză decât cel al elevilor neparticipanți ?

Problema 3 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

O broască parcurge 6 sărituri într-un minut, lungimea unei sărituri de broască fiind o jumătate de metru. Un melc parcurge cât o săritură de broască în 5 minute.

- a) Dacă broasca și melcul pleacă din același loc în același moment, care este distanța dintre broască și melc după 20 de minute ?
- b) Dacă inițial melcul se afla în fața broaștei la o distanță de 87 metri, după cât timp ajunge broasca melcul ?

Problema 4 (20 puncte = 10 puncte pentru a) + 5 puncte pentru b) + 5 puncte pentru c))

Pe ecranul unui calculator, într-un tabel sunt scrise numerele 2,0,1, iar la fiecare pas se mărește cu 3 cel mai mic număr din linia respectivă:

Numere inițiale	2	0	1
Pasul 1	2	3	1
Pasul 2	2	3	4
Pasul 3	5	3	4
Pasul 4	5	6	4
Pasul 5	5	6	7
Pasul 6	8	6	7
Pasul 7	8	9	7
Pasul 8	8	9	10
.....			

- a) Ce număr are pasul pe a cărui linie se află trei numere cu suma 2016 ?
- b) Să se determine numerele din linia pasului 671.
- c) Să se calculeze suma numerelor din coloana 1 până la pasul 101 inclusiv.

test elaborat de prof. MIHAI DRAGOȘ TOTOLICI

Test 15

Soluții prezentate de prof. Mihai Totolici

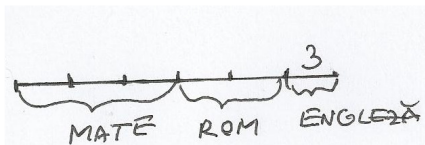
Problema 1.

a) $30 + 5 \times [200 - 5 \times 4 \times (6 - 2)] = 30 + 5 \times (200 - 5 \times 4 \times 4) = 30 + 5 \times (200 - 80) =$
 $= 30 + 5 \times 120 = 30 + 600 = 630.$

b) De la punctul a) avem $7 \times (2 \times a + 4) + 630 = 700$, de unde $7 \times (2 \times a + 4) = 70$, deci
 $2 \times a + 4 = 10$ și de aici $a = 3$

c) Avem cazurile: $\begin{cases} a + 30 = 30 \\ b = 2 \end{cases}$ sau $\begin{cases} a + 30 = 60 \\ b = 1 \end{cases}$. În primul caz, $a = 0, b = 2$, iar în al
doilea $a = 30, b = 1$.

Problema 2.



a) $3 \times 6 = 18$ (elevi participanți)
 $18 : 3 = 6$ (o cincime)
 $6 \times 5 = 30$ (elevi are clasa)

b) $30 - 18 = 12$ (elevi neparticipanți)
 $12 : 3 = 4$ (deci de patru ori)

Problema 3.

a) Broasca parcurge într-un minut $6 : 2 = 3$ metri, iar în 20 minute $20 \times 3 = 60$ metri.
Melcul parcurge în 5 minute o săritură de broască, deci în 20 minute 4 sărituri, adică
2 metri.
 $60 - 2 = 58$ (metri, diferență după 20 minute).

b) În 10 minute:- broasca parcurge 30 metri,
- melcul parcurge 1 metru
 $30 \text{ m} - 1 \text{ m} = 29 \text{ m}$ (diferență recuperată)
 $87 : 29 = 3$ (intervale)
 $3 \times 10 = 30$ (minute)

Problema 4.

a) La fiecare pas suma numerelor de pe linia pasului se mărește cu 3

La pasul P_0 $S_0 = 3 \times 1$

P_1 $S_1 = 3 \times 2$

P_2 $S_2 = 3 \times 3$

.....

$2016 = 3 \times 672$, deci numărul pasului este $672 - 1 = 671$.

b) Observăm că pasul 2 are numerele așezate în ordine crescătoare: 2, 3, 4. La fel pașii 5, 8, 11, 14, adică pașii al căror număr dă restul 2 la împărțirea prin 3.

Cum $671 : 3 = 223 \text{ rest } 2$, rezultă că P_{671} are numerele 671, 672, 673.

c) $101 : 3 = 33 \text{ rest } 2$, deci P_{101} are numerele 101, 102, 103. Pe coloana 1 vor fi numerele 2, 2, 2, 5, 5, 5, 8, 8, 8, ..., 101, 101, 101. Suma numerelor va fi

$S = 2 + 2 + 2 + 5 + 5 + 5 + 8 + 8 + 8 + \dots + 101 + 101 + 101$, adică

$S = 6 + 15 + 24 + \dots + 303$.

Observăm că începând cu al doilea termen, fiecare termen al sumei este mai mare cu 9 față de precedentul termen.

$6 : 9 = 0 \text{ rest } 6$
 $15 : 9 = 1 \text{ rest } 6$
 $24 : 9 = 2 \text{ rest } 6$
.....
.....
 $303 : 9 = 33 \text{ rest } 6$

Urmărind coloana câturilor: 0, 1, 2, ..., 33 deducem că șirul are 34 de termeni.

$$S = 6 + 15 + 24 + \dots + 303$$

$$S = 303 + 294 + 285 + \dots + 6$$

$$2 \times S = \underbrace{309 + 309 + 309 + \dots + 309}_{\text{de } 34 \text{ ori}}. \text{ Se obține } S = (309 \times 34) : 2 = 5253.$$