

Testul nr. 16

Problema 1 (30 puncte = 3×10 puncte)

a) Să se calculeze $(500 + 65 : 13 - 95 : 5) : 6$.

b) Să se determine numărul natural a din egalitatea:

$$\left[(500 + 65 : 13 - 95 : 5) : 6 : (a - 2) \right] \times 8 - 22 = 50.$$

c) Suma dintre încincitul predecesorului și dublul unui număr este 58. Să se determine numărul.

Problema 2 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

Dintr-un tren coboară la prima stație o treime din numărul călătorilor și urcă 20. La a doua stație coboară o pătrime din numărul călătorilor existenți în tren și urcă 10. La a treia stație coboară o cincime din numărul de călători și urcă din nou 10. Acum sunt în tren 90 călători. Să se determine:

a) Numărul de călători existenți în tren la început;

b) Câți călători au coborât din tren în total în cele trei stații ?

Problema 3 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

Dacă se așază câte 5 cărți pe un raft rămân 7 cărți nearanjate, iar dacă se așază câte 9 cărți rămân 3 rafturi goale iar un raft are 7 cărți. Să se determine:

a) Numărul de cărți;

b) Numărul de rafturi suplimentare, pentru ca pe fiecare raft să fie doar două cărți.

Problema 4 (20 puncte = 10 puncte pentru a) + 5 puncte pentru b) + 5 puncte pentru c))

Se consideră șirul de perechi

$(3;3), (3;6), (6;3), (3;9), (6;6), (9;3), (3;12), (6;9), (9;6), (12;3), (3;15), \dots$

a) Să se determine următorii trei termeni ai șirului.

b) Să se determine al 60-lea termen al șirului.

c) Al câtelea termen al șirului este perechea $(30;30)$?

test elaborat de prof. MIHAI DRAGOȘ TOTOLICI

Testul nr. 16
Test elaborat de prof. **Mihai Totolici**

Soluții prezentate de prof. **Romeo Zamfir**

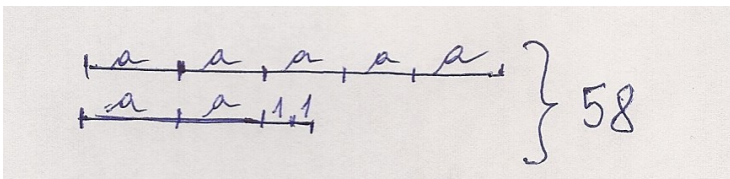
Problema 1

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (500 + 65 : 13 - 95 : 5) : 6 = \\ & = (500 + 5 - 19) : 6 = \\ & = (505 - 19) : 6 = \\ & = (505 - 19) : 6 = \\ & = 486 : 6 = \\ & = 81 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & [(500 + 65 : 13 - 95 : 5) : 6 : (a - 2)] \times 8 - 22 = 50 \\ & [81 : (a - 2)] \times 8 - 22 = 50 \\ & [81 : (a - 2)] \times 8 = 50 + 22 \\ & [81 : (a - 2)] \times 8 = 72 \\ & 81 : (a - 2) = 72 : 8 \\ & 81 : (a - 2) = 9 \\ & a - 2 = 81 : 9 \\ & a - 2 = 9 \\ & a = 9 + 2 \\ & a = 11 \end{aligned}$$

c) Notăm cu a predecesorul numărului căutat. Deci, numărul căutat este $a+1$. Desenul corespunzător acestei probleme este următorul:



Din desen deducem că:

$$7 \times a + 2 = 58$$

$$7 \times a = 58 - 2$$

$$7 \times a = 56$$

$$a = 56 : 7$$

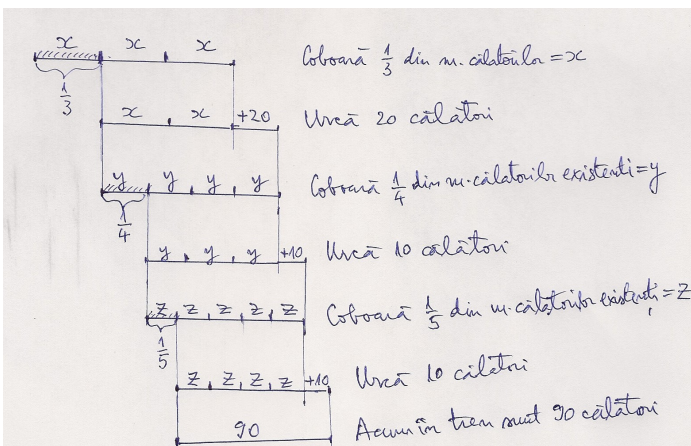
$$a = 8$$

Numărul căuta este $a+1 = 8+1 = 9$.

Răspuns: 9.

Problema 2.

a) Aplicăm metoda mersului invers. Figura corespunzătoare problemei este prezentată mai jos:



Avem că:

$$4 \times z + 10 = 90$$

$$4 \times z = 90 - 10$$

$$4 \times z = 80$$

$$z = 80 : 4$$

$$z = 20$$

Apoi, $3 \times y + 10 = 5 \times z$

$$3 \times y + 10 = 5 \times 20$$

$$3 \times y + 10 = 100$$

$$3 \times y = 100 - 10$$

$$3 \times y = 90$$

$$y = 90 : 3$$

$$y = 30$$

Apoi, $2 \times x + 20 = 4 \times y$

$$2 \times x + 20 = 4 \times 30$$

$$2 \times x + 20 = 120$$

$$2 \times x = 120 - 20$$

$$2 \times x = 100$$

$$x = 100 : 2$$

$$x = 50$$

a) Numărul de călători existenți la început în tren este:

$$3 \times x = 3 \times 50 = 150$$

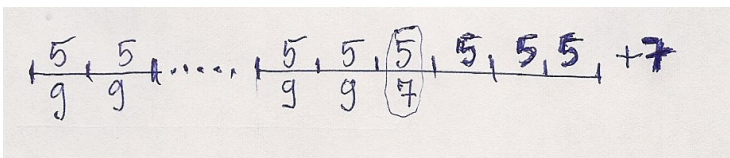
Răspuns: 150 de călători

b) Numărul călătorilor care au coborât din tren este egal

cu: $x + y + z = 50 + 30 + 20 = 100$

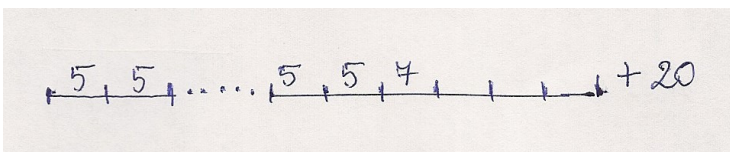
Răspuns: 100 de călători.

Problema 3. a) Un segment reprezintă un raft. Figura corespunzătoare problemei este prezentată mai jos:



Considerăm că avem cărțile așezate câte 5 pe un raft și din această situație dorim să trecem într-o așezare cu 7 cărți pe un raft. Pentru acesta luăm cărțile pe ultimele trei rafturi, pe urmatorul raft punem sunt 5 cărți și trebuie să avem 7 cărți, deci punem din $7 - 5 = 2$ cărți din cele luate de ultimele trei rafturi sau din cele rămase neașezate pe rafturi.

Deci, avem $5 \times 3 + 7 - (7 - 5) = 15 + 7 - 2 = 22 - 2 = 20$ cărți de redistribuit (diferență totală). Desenul corespunzător situației descrise mai sus este următorul:



Acum pe fiecare raft cu 5 cărți trebuie să punem $9 - 5 = 4$ cărți (diferență pe unitate).

Prin urmare, avem $20 : 4 = 5$ rafturi cu 9 cărți. Numărul total de rafturi este egal cu: $5 + 1 + 3 = 9$ rafturi. Numărul de cărți este egal cu $9 \times 5 + 7 = 45 + 7 = 52$ cărți.

Altfel, numărul de cărți poate fi calculat astfel:
 $9 \times 5 + 7 = 52$ cărți.

a) Răspuns 52 de cărți.

b) Numrul de rafturi necesare este $52 : 2 = 26$ rafturi, dar avem deja 9 rafturi.

Răspuns: $26 - 9 = 17$ rafturi.

Problema 4.

a) Observăm că șirul de perechi dat în ipoteza problemei

$(3;3), (3;6), (6;3), (3;9), (6;6), (9;3), (3;12), (6;9), (9;6), (12;3), (3;15), \dots$

poate fi împărțit în grupe astfel:

$(3;3)$ suma celor două componente este $6 = 3 \times 2$

$(3;6), (6;3)$ suma celor două componente este $9 = 3 \times 3$

$(3;9), (6;6), (9;3)$ suma celor două comp. este $12 = 3 \times 4$

$(3;12), (6;9), (9;6), (12;3)$ suma celor două comp. e $15 = 3 \times 5$

Prin urmare, în următoarea grupă suma componentelor este $18 = 3 \times 6$ și este formată din perechile:

$(3;15), (6;12), (9;9), (12;6), (15;3)$

Răspuns: $(6;12), (9;9), (12;6)$.

b) Observăm că prima grupă este formată dintr-o pereche, a doua grupă este formată din două perechi, a treia grupă este formată din trei perechi și așa mai departe. Dar, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$ și $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 = 65$, de unde rezultă că a 60-a pereche se află în a 11-a grupă.

Având în vedere regula pusă în evidență la subpunctul a) deducem că suma celor două componente ale perechilor din a 11-a grupă este egală cu $3 \times 12 = 36$, iar perechile din această grupă sunt: $(3;33), (6;30), (9;27), (12;24), (15;21), (18;18), (21;15), \dots, (33;3)$

Am calculat mai sus că în primele 10 grupe sunt $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$ de perechi, deci a 60-a pereche a șirului este cea de-a cincea pereche din a 11-a grupă, adică perechea $(15; 21)$.

Răspuns: $(15; 21)$.

c) Dacă n este grupa în care se află perechea $(30;30)$, atunci $30+30=3 \times (n+1)$

$$60 = 3 \times (n+1)$$

$$n+1 = 60 : 3$$

$$n = 20 - 1$$

$$n = 19$$

În primele 18 grupe sunt $S = 1+2+\dots+17+18$ perchi. Avem că:

$$S = 1 + 2 + \dots + 17 + 18$$

$$S = 18 + 17 + \dots + 2 + 1$$

$$\dots\dots\dots$$

$$2 \times S = \underbrace{19 + 19 + \dots + 19 + 19}_{\text{de 18 ori}}$$

$$2 \times S = 19 \times 18$$

$$S = 19 \times 18 : 2$$

$$S = 19 \times 9$$

$$S = 171$$

În grupa a 19-a perechea (30;30) se află poziția $30:3=10$, de unde deducem că perechea (30;30) este cea de-a $171+10=181$ -a pereche a șirului.

Răspuns: 181