

Testul nr. 18

Problema 1 (30 puncte = 3×10 puncte)

a) Să se calculeze

$$\{12 \times 22 - [(2438 - 899) : 3 + 24 \times 3] : 5\} : 3.$$

b) Să se determine numărul natural a din egalitatea:

$$3 \times (6 \times a + 3) - \{12 \times 22 - [(2438 - 899) : 3 + 24 \times 3] : 5\} : 3 = 50.$$

c) Suma dintre un număr, doimea, respectiv pătrimea lui este 21. Să se determine numărul.

Problema 2 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

Într-o librărie numărul cărților este $\frac{1}{7}$ din

numărul caietelor. Dacă librăria s-ar mai aproviziona cu 25 cărți și s-ar mai vinde 25 caiete atunci numărul de cărți ar fi o treime din numărul de caiete.

a) Să se determine numărul de caiete.

b) Câte caiete ar mai trebui să achiziționeze librăria pentru ca numărul cărților să fie o zecime din numărul caietelor?

Problema 3 (20 puncte = 2 × 10 puncte)

Într-o urnă sunt bile roșii, galbene și albastre. Știind că 32 bile nu sunt roșii, 29 bile nu sunt galbene iar 27 bile nu sunt albastre, să se determine:

a) Numărul de bile de fiecare culoare;

b) Numărul minim de bile ce trebuie extrase, fără a ne uita în urnă, pentru a fi siguri că s-au extras 5 bile roșii.

Problema 4 (20 puncte = 10 puncte pentru a) + 5 puncte pentru b) + 5 puncte pentru c))

Se consideră șirul

3, 6, 1, 2, 9, 12, 3, 4, 15, 18, 5, 6, 21, 24, 7, 8, 27, ...

a) Să se determine următorii patru termeni ai șirului.

b) Să se determine al 2015-lea termen al șirului.

c) Pe ce loc se află în șir numărul 2015 ?

test elaborat de prof. MIHAI DRAGOȘ TOTOLICI

Testul nr. 18
Test elaborat de prof. **Mihai Totolici**

Soluții prezentate de prof. **Romeo Zamfir**

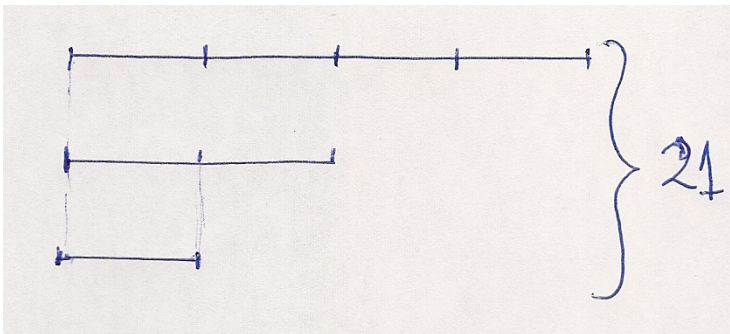
Problema 1

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \{12 \times 22 - [(2438 - 899) : 3 + 24 \times 3] : 5\} : 3 = \\ & = [264 - (1539 : 3 + 72) : 5] : 3 = \\ & = [264 - (513 + 72) : 5] : 3 = \\ & = (264 - 585 : 5) : 3 = \\ & = (264 - 117) : 3 = \\ & = 147 : 3 = \\ & = 49 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 3 \times (6 \times a + 3) - \{12 \times 22 - [(2438 - 899) : 3 + 24 \times 3] : 5\} : 3 &= 50 \\ 3 \times (6 \times a + 3) - 49 &= 50 \\ 3 \times (6 \times a + 3) &= 50 + 49 \\ 3 \times (6 \times a + 3) &= 99 \\ 6 \times a + 3 &= 99 : 3 \\ 6 \times a + 3 &= 33 \\ 6 \times a &= 33 - 3 \\ 6 \times a &= 30 \\ a &= 30 : 6 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

c) Desenul corespunzător acestei probleme este următorul:



Din desen deducem că:

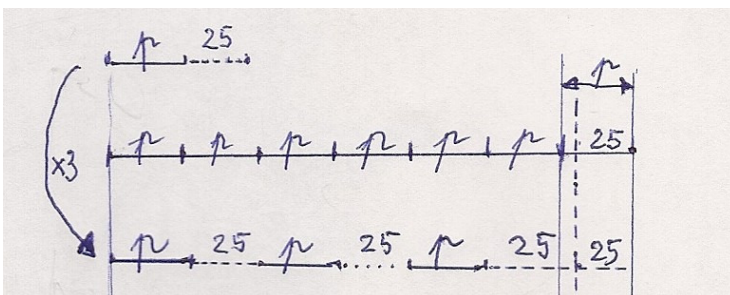
- 7 segmente = 21
- 1 segment = $21:7$
- 1 segment = 3

Numărul căutat este egal cu $4 \times 3 = 12$.

Răspuns: 12.

Problema 2.

Desenul corespunzător acestei probleme este următorul:



a) Conform ipotezei problemei și conform desenului de mai sus deducem că:

$$7 \text{ părți} = 3 \text{ părți} + 4 \times 25$$

$$7 \text{ părți} - 3 \text{ părți} = 100$$

$$4 \text{ părți} = 100$$

$$1 \text{ parte} = 100 : 4$$

$$1 \text{ parte} = 25$$

Deci, în librărie sunt 25 de cărți și $7 \times 25 = 175$ de caiete.
Răspuns: 175 de caiete.

$$\text{b) } 25 \times 10 - 175 = 250 - 175 = 75.$$

Răspuns: 75 de caiete.

Problema 3. a) Notăm cu r numărul bilelor roșii, cu g numărul bilelor galbene și a numărul bilelor albastre. Din ipoteză avem:

$$g + a = 32$$

$$r + a = 29$$

$$r + g = 27$$

Adunând relațiile de mai sus obținem:

$$2 \cdot a + 2 \cdot g + 2 \cdot r = 32 + 29 + 27$$

$$2 \cdot a + 2 \cdot g + 2 \cdot r = 88$$

Împărțind relația de mai sus la 2 obținem:

$$a + g + r = 44.$$

Deci, $a + g + r = 44$ și $g + a = 32$, de unde obținem
 $r = 44 - 32 = 12$.

$a + g + r = 44$ și $r + a = 29$, de unde obținem
 $g = 44 - 29 = 15$.

$a + g + r = 44$ și $r + g = 27$, de unde obținem
 $a = 44 - 27 = 17$.

Răspuns: 12 bile roșii, 15 bile galbene și 17 bile albastre.

b) Varianta cea mai nefavorabilă este atunci când primele bile extrase nu sunt roșii. Dar, $g + a = 32$, de unde deducem că după 32 extrageri este posibil să nu fie extrasă nicio bilă roșie.

Răspuns: $32 + 5 = 37$ de extrageri.

Problema 4.

Observăm că putem face grupe de câte 4 termeni:

$3, 6, 1, 2, 9, 12, 3, 4, 15, 18, 5, 6, 21, 24, 7, 8, 27, \dots$
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{grupa I}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{grupa a II-a}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{grupa a III-a}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\text{grupa a IV-a}}$

a) Grupa a V-a este: 27, 30, 9, 10, iar grupa a VI-a este: 33, 36, 11, 12, de unde rezultă că următorii patru termeni ai șirului sunt: 30, 9, 10, 33.

Răspuns: 30, 9, 10, 33.

b) Deoarece $2015 : 4 = 503$ rest 3, deducem că al 2015-lea termen al șirului este al treilea termen din a 504-a grupă pe care o considerăm de forma: $x, x+3, y, y+1$. Dacă vom considera al III-lea termen

din fiecare grupă obținem șirul: 1, 3, 5, 7, ..., y , iar y este al 504-lea termen al șirului.

$$1:2 = 0 \text{ rest } 1$$

$$3:2 = 1 \text{ rest } 1$$

$$5:2 = 2 \text{ rest } 1$$

.....

$$y:2 = 503 \text{ rest } 1$$

Prin urmare, $y = 2 \times 503 + 1 = 1007$.

Răspuns: al 2015-lea termen al șirului este 1007.

c) Observăm că al doilea termen și al patrulea termen din fiecare grupă sunt numere naturale pare, de unde rezultă că 2015 poate ocupa într-o grupă doar prima și a treia poziție.

Dacă vom considera numai primul termen din fiecare grupă obținem șirul: 3, 9, 15, 21, 27,....., adică numere care împărțite 6 dau restul 3.

Cum $2015:6 = 335 \text{ rest } 5$, rezultă că 2015 nu poate fi primul termen al unei grupe. Prin urmare, 2015 poate fi doar al treilea termen al unei grupe, adică 2015 este într-o grupă de forma și $b, b+3, 2015, 2016$. Mai departe, dacă vom considera al III-lea termen din fiecare grupă obținem șirul: 1, 3, 5, 7, ..., 2015.

$$1:2 = 0 \text{ rest } 1$$

$$3:2 = 1 \text{ rest } 1$$

$$5:2 = 2 \text{ rest } 1$$

.....

$$2015:2 = 1007 \text{ rest } 1$$

Rezultă că grupa $b, b+3, 2015, 2016$ este cea de-a 1008-a grupă a șirului.

Deci, locul pe care se află 2015 în șir este $1007 \times 4 + 3 = 4028 + 3 = 4031$.

Răspuns: 4031.