INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN GALAŢI
Str.Portului Nr.55 B ☎ **0372362000; 0372362001** 🖷 **0236319396**
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

28 februarie 2016

Clasa a X-a

Problema 1.

a) Să se rezolve ecuaţia: $z^{n+1}=\overline{z},\ z\in\mathbb{C},\ n\in\mathbb{N}.$

b) Să se rezolve sistemul de ecuaţii:

$$\begin{cases} x^2-y^2=\log_2\dfrac{y}{x} \\ 3^{x^2+y^2-1}-4\cdot 3^{x\cdot y}+9=0 \end{cases}$$

Problema 2.

Fie punctele $\mathrm{A}(1,1)$ şi $\mathrm{B}(4,2)$. Să se determine coordonatele celorlalte vârfuri ale pătratelor, astfel încât A şi B să fie vârfuri.

Problema 3.

Fie A o mulţime finită de numere reale strict pozitive. Să se determine funcţiile $\mathrm{f}:\mathrm{A}\to\mathrm{A}$ care îndeplinesc condiţia: $(f\circ f)(x)=2\cdot f(x)-x,\ (\forall)x\in\mathrm{A}.$

Problema 4.

Fie $p,\ n\in\mathbb{N}^*,\ n\geq 3$. Să se demonstreze inegalitatea:

$\left(p-\dfrac{p-1}{n}\right)\cdot\left(p-\dfrac{2\cdot p-1}{n}\right)\cdot\ldots\cdot\left(p-\dfrac{n\cdot p-1}{n}\right)>\dfrac{1}{n!}$, apoi să se deducă inegalitatea: $(n!)^2>n^n$, unde $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n.$

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7