INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN GALAŢI
Str.Portului Nr.55 B ☎ 0372362000; 0372362001 🖷 0236319396
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro
MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

28 februarie 2016

Clasa a VII-a

Problema 1.

Fie numerele: a = $\dfrac{4}{3^n+3^{n+1}}, n\in\mathbb{N}^*$;

b = $\dfrac{13}{3^n+3^{n+1}+3^{n+2}}, n\in\mathbb{N}^*$;

c = $\dfrac{3^n+(-3)^n-9^n-(-9)^n}{3+3^2+3^3+...+3^n}, n\in\mathbb{N}^*$.

a) Să se compare numerele a şi b.

b) Să se demonstreze că numărul $(-6\cdot c)\cdot(a+b)$ este pătrat perfect, $(\forall)n\in\mathbb{N}^*$.

Problema 2.

Fie numerele a, b, c, d $\in\mathbb{R}_+$, astfel încât $a\cdot b\cdot c\cdot d=1$. Să se calculeze:

$$E=\frac{7+a}{1+a+ab+abc}+\frac{7+b}{1+b+bc+bcd}+\frac{7+c}{1+c+cd+cda}+\frac{7+d}{1+d+ad+dab}$$

Problema 3.

În paralelogramul ABCD, bisectoarele unghiurilor $\measuredangle DAB$ şi $\measuredangle ABC$ se intersectează în punctul F, $F\in(CD)$, iar aria triunghiului $\triangle AFB$ este 25 cm^2. Să se calculeze:

a) aria triunghiului $\triangle ADF$ şi aria paralelogramului ABCD.

b) dacă $AF\cap BD=\{P\}$ şi $BF\cap AC=\{Q\}$, să se demonstreze că $PQ \parallel DC$.

Problema 4.

Fie patrulaterul convex ABCD, $m(\measuredangle A)\neq m(\measuredangle B)$, $AD\cap BC=\{T\}$ şi punctele $M\in(BC)$, $N\in(AD)$, astfel încât $[AN]\equiv[MB]$. Să se demonstreze că dreapta determinată de mijloacele segmentelor $[MN]$ şi $[AB]$ este paralelă cu bisectoarea unghiului $\measuredangle ATB$.

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7