INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN GALAŢI
Str.Portului Nr.55 B ☎ **0372362000; 0372362001** 🖷 **0236319396**
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

28 februarie 2016

Clasa a VIII-a

Problema 1**.**

Să se compare numerele $-\sqrt{n}$ şi $-\pi$, unde

$$n=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2+\left(-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2}{2\cdot\sqrt{6}-\left(-\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{4}\right)\cdot\left(\sqrt{1}+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)}:\frac{\left(\sqrt{2015}-\sqrt{2016}\right)^2-\left(\sqrt{2015}+\sqrt{2016}\right)^2}{\left(2015\cdot\sqrt{2016}-2016\sqrt{2015}\right)\cdot\left(\sqrt{2015}+\sqrt{2016}\right)}\cdot 0,5^{-2}.$$

Problema 2.

Să se demonstreze că numărul $a=2\cdot n^2+\left[\sqrt{4\cdot n^2+n}\right]+1,\ n\in\mathbb{N}^*,$ poate fi scris ca sumă de două pătrate perfecte.

(S-a notat cu $[x]$ partea întreagă a numărului real x).

Problema 3.

În interiorul unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile a, b, c, se consideră n^3+1 puncte distincte. Să se demonstreze că există cel puţin două puncte cu proprietatea că distanţa dintre acestea este mai mică sau egală cu $\frac{1}{n}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Problema 4.

Pe planul pătratului ABCD se ridică perpendicularele AM şi CN, astfel încât punctele M şi N sunt situate de aceeaşi parte a planului pătratului.

a) Să se demonstreze că planele (MBD) şi (NBD) sunt perpendiculare pe planul (MAC).

b) Să se demonstreze că proiecţia punctului A pe planul (MBD) este ortocentrul triunghiului $\triangle$BMD, iar proiecţia punctului C pe planul (NBD) este ortocentrul triunghiului $\triangle$BDN.

c) Fie punctele $E,F\in(AC)$ astfel încât $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{4}$ şi $\frac{AF}{AC}=\frac{3}{4}$. Să se demonstreze că suma $PE+QF=$ constantă, unde punctul P este ortocentrul triunghiului $\triangle$MBD, iar punctul Q este ortocentrul triunghiului $\triangle$NBD.

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7