



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București, 19 martie 2016
CLASA a V-a

Problema 1. Determinați numerele de trei cifre pentru care, suprimând cifra zecilor, obținem un număr de 13 ori mai mic.

Gazeta Matematică

Problema 2. Determinați perechile (X, Y) de mulțimi care au ca elemente numere naturale nenule și care verifică simultan următoarele proprietăți:

- (1) fiecare din mulțimile X și Y are trei elemente;
- (2) $3 \in X$ și $5 \in Y$;
- (3) mulțimea $X \cap Y$ are exact un element;
- (4) dacă a și b sunt elemente diferite ale mulțimii X , atunci $(a + b) \in Y$.

Problema 3. Dacă A și B sunt numere naturale nenule, atunci notăm cu \overline{AB} numărul obținut prin scrierea, în ordine, a cifrelor lui B în continuarea cifrelor lui A . De exemplu, dacă $A = 193$ și $B = 2016$, atunci $\overline{AB} = 1932016$. Arătați că există o infinitate de pătrate perfecte de forma \overline{AB} în fiecare din situațiile:

- a) numerele A și B sunt pătrate perfecte;
- b) numerele A și B sunt cuburi perfecte;
- c) numărul A este cub perfect, iar numărul B este pătrat perfect;
- d) numărul A este pătrat perfect, iar numărul B cub perfect.

Problema 4. Pe o masă sunt așezate 31 de cartonașe pe care sunt scrise numerele $1, 2, 3, \dots, 31$. Alex și Bogdan își aleg câte 15 cartonașe și observă că suma numerelor de pe cartonașele lui Alex este triplul sumei numerelor de pe cartonașele lui Bogdan. Aflați numărul scris pe cartonașul rămas pe masă.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*