



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană și a Municipiului București, 19 martie 2016

CLASA a VII-a

Problema 1. Determinați numerele naturale nenule x și y care verifică relația

$$x + y = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{xy}.$$

Gazeta Matematică

Problema 2. Se consideră mulțimea

$$M = \{ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \dots + 2015x_{2015} \mid x_1, x_2, \dots, x_{2015} \in \{-2, 3\} \}.$$

Arătați că $2015 \in M$ și $2016 \notin M$.

Problema 3. Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel ABC cu $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$. Pe dreapta perpendiculară în B pe BC se consideră punctul D astfel încât $AD = BC$. Determinați măsura unghiului \widehat{BAD} .

Problema 4. Se consideră triunghiul ABC , cu $m(\widehat{A}) > 60^\circ$ și $m(\widehat{C}) > 30^\circ$. În semiplanul determinat de dreapta BC care nu conține punctul A , se consideră punctele D și E astfel încât $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{CBD}) = 90^\circ$ și $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{BCD}) = 60^\circ$. Se notează cu F și H mijloacele segmentelor $[AE]$, respectiv $[CD]$, iar cu G intersecția dreptelor AC și DE . Arătați că:

- $\triangle EBD \sim \triangle ABC$;
- $\triangle FGH \equiv \triangle ABC$.

Timp de lucru 4 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.