

# ROMÂNIA

## MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII ȘI INOVĂRII

### DIRECȚIA GENERALĂ EDUCAȚIE TIMPURIE, ȘCOLI, PERFORMANȚĂ ȘI PROGRAME

#### CONSILIUL NAȚIONAL PENTRU CURRICULUM ȘI EVALUARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR



### PROGRAMA OLIMPIADEI DE MATEMATICĂ

An școlar 2009/2010

- Pentru fiecare clasă, în programa de olimpiadă sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, ce apar în acest text, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă fără demonstrații.

#### CLASA a IX-a

- Etapa județeană (municipiul București):

#### ALGEBRĂ

1. Elemente de logică și teoria mulțimilor
2. Funcții definite pe mulțimea numerelor naturale
3. Funcții . Lecturi grafice
4. Funcția de gradul întâi
5. Funcția de gradul al doilea

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :*

- Ecuații în numere întregi :  $ax + by = c$ ;  $x^2 + y^2 = z^2$ , ecuația lui Pell
- Teorema împărțirii cu rest în mulțimea numerelor întregi
- Algoritmul lui Euclid
- Indicatorul lui Euler ( $\phi(n)$  = numărul numerelor prime cu  $n$ , mai mici decât  $n$ )
- Congruențe modulo  $n$
- Teoremele : Euler, Fermat, Wilson.
- Mulțimi. Funcția caracteristică de mulțime. Principiul includerii și excluderii
- Inegalitatea mediilor. Inegalitatea lui Cauchy-Buniakovski. Inegalitatea lui Holder. Inegalitatea lui Bernoulli. Inegalitatea lui Cebîșev.
- Funcții injective, surjective, bijective.
- Recurențe liniare de ordinul I și II , recurențe omografice.

#### GEOMETRIE și TRIGONOMETRIE

1. Vectori în plan
2. Coliniaritate, concurență, paralelism- calcul vectorial în geometria plană
3. Elemente de trigonometrie

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :*

- Teoreme de geometrie clasică. Teorema lui Stewart. Teorema lui Van-Aubel. Teorema lui Steiner. Dreapta lui Euler. Drepte de tip Simson, etc.
- Puncte și linii importante
- Teoreme de concurență și coliniaritate
- Relații metrice

- Etapa națională:

## ALGEBRĂ

Toată materia

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :*

- Mulțimi numărabile și nenumărabile ( $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$  sunt numărabile și  $\mathbf{R}$  este nenumărabilă).
- Densitatea în  $\mathbf{R}$  a mulțimilor  $\mathbf{Q}$  și  $\mathbf{R}/\mathbf{Q}$ . (orice interval deschis de numere reale conține atât numere iraționale cât și numere raționale). Teorema de densitate a lui Kronecker (dacă  $a$  este irațional, mulțimea valorilor șirului  $\{a_n\}$  este densă în  $[0,1]$ ).

## GEOMETRIE și TRIGONOMETRIE

Toată materia

### Notă

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

## CLASA a X-a

În programa de olimpiadă pentru clasa a X-a sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .

- Etapa județeană(municipiul București):

## ALGEBRĂ

1. Mulțimi de numere
2. Funcții și ecuații
3. Metode de numărare

Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :

- Convexitate în sensul lui Jensen

## GEOMETRIE

1. Toată materia

- Etapa națională:

## ALGEBRĂ

Toată materia

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :***

***Polinoame***

- C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. și algoritmul lui Euclid pentru polinoame
- Teorema fundamentală a algebrei
- Teorema lui Bezout.
- Rădăcini multiple, polinomul lui Taylor, derivata formală a unui polinom, condiții necesare și suficiente pentru ca o rădăcină să fie multiplă
- Polinoame ireductibile, numere algebrice, polinom minimal
- Relații între rădăcini și coeficienți
- Polinoame simetrice, teorema fundamentală a polinoamelor simetrice, sumele lui Newton.

**GEOMETRIE**

**1. Toată materia**

**2. Elemente de geometrie în spațiu: Geometria tetraedrului, Poliedre**

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :***

- Produs vectorial și produs mixt. Aplicații în geometrie.
- Locuri geometrice clasice. Pol și polară la cerc. Mulțimi convexe, înfășurătoarea convexă. Teorema lui Helly.

**Notă**

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de evaluare.

**CLASA a XI-a**

**În programa de olimpiadă pentru clasa a XI-a sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .**

- **Etapa județeană(municipiul București):**

**ALGEBRĂ ȘI GEOMETRIE**

**1. Elemente de algebră liniară și geometrie analitică (până la rezolvarea sistemelor liniare – exclusiv)**

***Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :***

- Descompunerea unei permutări în produs de cicli disjuncți, respectiv transpoziții
- Determinantul de ordin n
- Regula lui Laplace de dezvoltare a unui determinant
- Teorema Hamilton-Cayley
- Rangul unei matrice din  $M_{n,m}[\mathbb{C}]$ .
- Inegalitatea lui Sylvester asupra rangului produsului a două matrice

**ANALIZĂ MATEMATICĂ**

1. Mulțimea numerelor reale
2. Șiruri de numere reale
3. Limite de funcții
4. Funcții continue

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :*

- Mulțimi deschise, închise, compacte, densitate în  $\mathbf{R}$ , lema intervalelor închise
- Numărabilitate, numărabilitatea lui  $\mathbf{Q}$ , nenumărabilitatea lui  $\mathbf{R}$
- Puncte limită pentru șiruri.
- Limita superioară și limita inferioară la șiruri.
- Oscilația unei funcții pe o mulțime, discontinuități de prima și a doua speță.
- Continuitate uniformă
- Funcții cu proprietatea valorii intermediare (proprietatea lui Darboux).

- Etapa națională:

## **ALGEBRĂ ȘI GEOMETRIE**

### **1. Toată materia**

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :*

- Polinom caracteristic, valori proprii
- Sisteme liniare de  $m$  ecuații cu  $n$  necunoscute

## **ANALIZĂ MATEMATICĂ**

### **1. Toată materia**

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa națională :*

- Teorema lui Darboux
- Formula lui Taylor cu restul lui Lagrange

## **Notă**

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

## **CLASA a XII-a**

În programa de olimpiadă pentru clasa a XII-a sunt incluse în mod implicit conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare și din etapele anterioare .

- Etapa județeană(municipiul București):

## **ALGEBRĂ**

### **1. Elemente de algebră (până la Corpuri - inclusiv)**

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :*

- Grupuri finite. Teorema lui Lagrange. Teorema lui Cauchy.
- Produs direct de structuri.
- Morfisme de structuri (semigrup, monoizi, etc)
- Grupuri finit generate
- Grupul permutărilor, cicluri, descompunerea în produs de cicluri disjuncte
- Subgrupuri clasice (centrul unui grup, centralizatorul unei mulțimi, nucleul și imaginea unui morfism) .
  
- Elemente nilpotente și elemente idempotente
  
- Orice corp finit este comutativ

## ANALIZĂ MATEMATICĂ

### 1. Elemente de analiză matematică (până la Centre de greutate - inclusiv)

*Următoarele noțiuni și rezultate fac parte din programa suplimentară pentru etapa județeană :*

- Sume Darboux, sume Riemann, integrabilitate
- Mulțimi neglijabile Lebesgue. Criteriul lui Lebesgue

- Etapa națională:

## ALGEBRĂ

### 1. Toată materia

## ANALIZĂ MATEMATICĂ

### 1. Toată materia

### Notă

Folosirea corectă de către elevi, în redactarea soluției, a unor teoreme fără demonstrație din cadrul programei de olimpiadă conduce la acordarea punctajului maxim prevăzut în baremele de corectare.

Direcția Generală Educație  
Timpurie, Școli, Performanță  
și Programe

Președintele Comisiei  
Centrale de Evaluare

Consiliul Național pentru  
Curriculum și Evaluare în  
Învățământul Preuniversitar

Director General,

Președinte,

Director General,

Liliana Preoteasa

Radu Nicolae Gologan

Cristian Mirescu

Inspector general,

Consilier,

Cristian Alexandrescu

Florica Banu